Работа выполнена в Ярославском государственном
педагогическом университете имени К. Д. Ушинского

На правах рукописи

АФАНАСЬЕВ Владимир Васильевич

МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

13.00.02 – ТЕОРИЯ И МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ

ДИССЕРТАЦИЯ
в виде научного доклада на соискание ученой степени доктора педагогических наук

Ярославль 1997

Официальные оппоненты:

Заслуженный деятель науки **РФ**,
доктор педагогических наук, профессор **А. Г. Мордкович**
Доктор педагогических наук, профессор **В. А. Гусев**
Доктор педагогических наук, профессор **Г. Л. Луканкин**

Ведущая организация – Волгоградский государственный педагогический университет

Защита состоится "___" _______________ 1997г. в ____ часов на заседании диссертационного совета Д 113.05.09 по защите диссертаций на соискание ученой степени доктора педагогических наук при Российском государственном педагогическом университете им. А. И. Герцена по адресу: 191186, С.-Петербург, наб. р. Мойки, 48, корпус 1, ауд. 209.

С диссертацией в виде научного доклада можно ознакомиться в фундаментальной библиотеке университета.

Диссертация в виде научного доклада разослана
"___" _______________ 1997г.

Ученый секретарь
диссертационного совета — З. И. Новосельцева

Общая характеристика исследования

Актуальность исследования обусловлена новыми требованиями общества к современному педагогу, который должен быть готов работать в условиях создания целостной системы непрерывного педагогического образования, развития разнообразных типов учебных заведений. Значимыми качествами будущего учителя все более становятся ориентация на личность как абсолютную ценность, субъектная профессиональная позиция, владение современными педагогическими технологиями.

Одним из важнейших критериев профессиональной готовности становится творческая активность педагога, позволяющая ему решать сложнейшие дидактические проблемы современной школы. В связи с этим важно максимально использовать все имеющиеся резервы для подготовки специалиста-педагога с высоким уровнем гуманитарной культуры и достаточным опытом исследовательской деятельности.

Творческая активность как интегративное качество личности современного человека для педагога является профессионально значимым качеством, то есть таким, которое становится системообразующей характеристикой профессионального облика учителя.

Выполненные в этой сфере исследования показывают, что основополагающей для формирования профессиональной готовности студентов к педагогической деятельности служит направленность образовательного процесса в вузе на развитие мотивов творческого овладения профессиональной деятельностью, воспитания личностного, индивидуального и взаимообусловленного отношения к изучаемому (Б. Г. Ананьев, Л. С. Выготский, Н. Ф. Добрынин, И. Д. Левитов, С. Л. Рубинштейн, А. А. Кирсанов); положения отечественной педагогики и психологии о закономерностях формирования потребностей, интересов, мотивов, целей, установок, ценностных ориентаций (В. В. Водзинская, И. С. Кон, Д. Н. Узнадзе, Р. Х. Шакуров и другие), о роли профессионально направленного общения и активной деятельности (А. А. Бодалев, А. А. Леонтьев, Б. Ф. Ломов, А. В. Мудрик и другие).

Исходной теоретической базой представляемого исследования послужили также положения о закономерностях формирования личности педагога, его педагогической культуры, мастерства (О. А. Абдуллина, А. В. Барабанщиков, Ф. И. Гоноболин, И. А. Колесникова, Н. В. Кузьмина, Ю. Н. Кулюткин, В. В. Сериков, В. А. Сластенин, Н. Ф. Талызина, В. Д. Шадриков и другие).

Большое значение для разработки проблемы имели труды, посвященные развитию творческого опыта обучаемых (В. И. Андреев, Н. С. Лейтес, И. Я. Лернер, М. И. Махмутов, И. С. Якиманская и другие).

За рубежом появилось много исследований о психологии творчества, обучении творческой личности, выявлении творческой одаренности (Дж. Гимер, А. Кролли, Ф. Лезер, Х. Г. Мелорн, Я. Хлавса, Д. Шеллкросс). Но исследования по проблемам творческой активности будущего учителя не получили там большого распространения.

Особое значение для нашего исследования имели работы, в которых раскрываются возможности математического образования для развития личности (В. А. Гусев, Г. Л. Луканкин, В. М. Монахов, А. Г. Мордкович).

Недостаточная разработанность математических курсов для гуманитарных специальностей, слабая теоретическая база педагогических технологий обучения решению математических задач, проблема воспитания творческой личности в современных условиях определяют актуальность исследования методических основ и принципов становления развивающейся парадигмы.

Таким образом, актуальность исследования обусловлена, с одной стороны, новыми требованиями общества к личности педагога, характеризующейся высоким уровнем творческой активности в профессиональной деятельности, а с другой – недостаточной разработанностью целостного, интегрального подхода к достижению нового качества профессиональной подготовки учителя, в структуре которой должны быть вероятно представлены различные стороны культуры, включая культуру творческой деятельности, умение задумываться над собственной педагогической техникой, грамотно ее анализировать, адекватно и естественно применять. Для этого разумно использовать большой потенциал математической подготовки, собственный опыт математической деятельности.

Указанные обстоятельства подчеркивают насущную необходимость более углубленного изучения избранной нами проблемы с новых теоретико-методологических позиций. Есть основания утверждать, что имеются реальные неразрешенные противоречия, основное из которых проявляется

между объективными общественными потребностями в новом типе педагога, осуществляющего свою профессиональную деятельность с учетом новых тенденций развития социальных отношений, и традиционной приверженностью вузов к репродуктивным и контролирующим формам обучения, основанным на воспроизведении изученного и не обеспечивающим мотивацию творческой познавательной и профессиональной деятельности студентов. Современная образовательная практика вступает в эпоху личностной ориентации педагогических систем, тогда как профессиональная подготовка учителя по-прежнему ориентируется на традиционную "знаниевую" парадигму.

Названные противоречия являются ведущими во множестве противоречий процесса формирования творческой активности студентов педагогического вуза. Они связаны не с поверхностными явлениями, а с глубинными внутренними факторами (потребностями, интересами, опытом креативности) становления будущего учителя.

Однако есть и другие противоречия, выявляющие принципиально новые стороны решения проблемы:

– между рассмотрением математического знания как компонента общей культуры человека и неготовностью студентов к пониманию значимости творчества в математическом образовании;

– между признанием в педагогике и психологии роли и значения творческой активности в процессе формирования личности и недостаточным представлением о потенциалах развития этого качества в процессе решения математических задач.

Отмеченные противоречия указывают направление исследования нового масштаба и позволяют **обозначить проблему**: каковы теоретико-методические основы формирования творческой активности студентов педагогического вуза в процессе решения математических задач с учетом новых требований, предъявляемых обществом к личности педагога?

Цель исследования: обосновать принципы и адекватные им педагогические средства формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач.

Объектом исследования является процесс профессиональной подготовки учителя математики в условиях современного педагогического вуза.

Предмет исследования: методические основы и технологии развивающего, творчески ориентированного обучения будущих учителей математическим дисциплинам.

Концепция исследования представляет собой разработку научных основ решения проблемы формирования творческой активности студентов:

1. Процесс формирования творческой активности опирается на действия законов не только диалектики и диалектических закономерностей, но и на группу **закономерностей вероятностного** характера, действующих в сфере методической подготовки будущих учителей и позволяет научно обоснованно управлять развитием творческой активности студентов.

2. Формирование творческой активности будущих учителей будет эффективным только в том случае, если оно представляет собой **систему**, которая является важнейшей составной частью системы более высокого уровня – профессиональной подготовки учителя – и функционирует в ее составе.

3. Психолого-педагогической и методической основой формирования творческой активности будущих учителей в педагогическом вузе является представление об этом процессе как научно управляемом, который

– имеет целью достижение высокого уровня творческой готовности выпускников к реализации основных функций учебного процесса: обучение, развитие и воспитание учащихся средствами преподаваемого предмета;

– связан с реализацией общих принципов образования (демократизацией, гуманизацией, гуманитаризацией и т.д.);

– организован с учетом современных условий работы школы (введение государственного образовательного стандарта, появление новых типов образовательных учреждений, создание целостной системы непрерывного образования, наличие альтернативных программ и учебников, появление новых педагогических технологий);

– характеризуется функционально-деятельностным, личностно-ориентированным, проблемно-исследовательским подходами.

4. Эффективная учебно-методическая деятельность студентов при решении математических задач требует реализации как известных дидактических принципов (особенно наглядности), так и опоры на принципы **вариативности, междисциплинарных связей**.

5. Основным компонентом развития творческой активности выступает **модель** формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач, служащая ориентиром в организации творческой деятельности студентов.

6. Главным **средством** формирования творческой активности студентов выступает комплекс учебно-методических задач, систематическое и целенаправленное применение которого способствует развитию индивидуальных профессиональных и личностных качеств студента (интереса к предмету, поиску нестандартных решений, инициативы и самостоятельности в выборе методов и средств развивающего обучения математике и т.д.).

Гипотеза исследования: формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач будет эффективным, если решения предлагаемых студентам задач могут быть осуществлены нетрадиционными способами и при этом:

– реализуются принципы построения дидактической системы: вариативности выбора способов решения задач, иллюстративно-образного их решения и трансформации междисциплинарных знаний;

– обеспечивается стимулирование нестандартных подходов к определению способов решения задач в соответствии с разрабатываемой методикой и уровнем сформированности знаний и умений студентов;

– осуществляется процессуальная рефлексия, позволяющая анализировать сам процесс достижения результатов в ходе решения задач.

Задачи исследования:

1. Определить состав, критерии и особенности формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач.

2. Обосновать принципы построения дидактической системы, позволяющие обеспечить эффективность формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач.

3. Разработать и классифицировать комплекс математических задач, способствующих развитию творческого нестандартного мышления студентов.

4. Выявить педагогические средства и условия, стимулирующие разви-

тие творческой активности студентов в процессе решения математических задач.

Методологическую основу исследования составили концепции проблемного и развивающего обучения, анализ способов систематизации результатов исследования, структурирования научных теорий в общенаучной, математической и педагогической литературе.

В основу конкретной **методологии исследования** положена личностно-ориентированная концепция педагогического образования, опирающаяся на культурно-исторический и деятельностный подходы к человеку и процессам его онто- и филогенеза, профессионально-педагогическая направленность обучения математике (принцип бинарности).

Специфика исследования определила его общую **логику**: от проектирования ориентации на творческую деятельность – к изучению опыта творческой деятельности, к включению студентов в решение творческих задач и изучению особенностей творческой личности с помощью эксперимента, тестирования, включенного наблюдения с последующей статистической обработкой.

Организация исследования. Исследование проводилось в период с 1986 по 1996гг. **На первом этапе** (1986–1988гг.) проведена экспериментальная работа по специальным методикам диагностики уровня творческой активности студентов III курса физико-математического факультета ЯГПУ. На основе выявленных критериев и эмпирических показателей проектировался процесс ориентации студентов на творческую деятельность. Последующие этапы, означаемые (с известной долей условности) интервалами времени, отражают логику исследования по рассматриваемой проблеме.

Второй этап (1988–1991гг.) – подготовка формирующего эксперимента. Разработан блок экзаменационной программы по "Теории вероятностей и математической статистике" для итоговой аттестации студентов специальности "математика" в контексте методики микродипломов. Проводился отбор содержания учебного материала, удовлетворяющего целям и задачам исследования, анализ и выделение методических приемов и видов наглядного обучения математике, ориентированных на творческую активность обучаемых. Работа завершилась изданием методических рекомендаций и учебных пособий [3] – [5].

Третий этап (1991–1996гг.) – проведение констатирующего и формирующего эксперимента, в котором принимали участие 428 студентов. Качественные и количественные признаки творческой активности студентов определялись в начале и в конце чтения обязательного курса "Теория вероятностей и математическая статистика", а также параллельно по трем смежным учебным дисциплинам: "Математический анализ", "Алгебра", "Геометрия" в экспериментальной и контрольной группах на двух уровнях. Обработка данных эксперимента, оформление результатов исследования и подготовка публикаций, конкретизирующих теоретическое и практическое значение предложенного подхода к формированию творческой активности студентов в процессе решения математических задач, отражены в работах [1], [2], [33] – [38], [42], [44].

Новизна исследования:

– определены особенности формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач, в качестве доминирующего фактора обучения рассматривается развитие мотивации у учащихся;

– обоснованы принципы построения методической системы на базе личностно-ориентированной дидактики, обеспечивающей эффективность формирования творческой активности студентов при решении математических задач;

– разработан и классифицирован комплекс математических задач, способствующих развитию нестандартного мышления учащихся;

– выявлены педагогические средства, стимулирующие развитие творческой активности в процессе решения математических задач.

Теоретическая значимость исследования. Сконструированная и теоретически обоснованная целостная система формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач дополняет общую методику преподавания математики.

Созданная модель творческой познавательной деятельности студента, предполагающая поэтапное формирование творческой активности с выделением на каждом этапе особой группы задач и адекватных способов их решений, позволит органично сочетать эмпирический и теоретический уровни исследования проблемы повышения качества подготовки учителя математики.

Результаты проведенного исследования могут стать основой теоретического раздела методики преподавания математики, открывая новое направление в разработке содержания и технологии подготовки будущего учителя математики к профессиональной деятельности.

Обоснованность и достоверность результатов исследования и предлагаемых в диссертации решений обеспечены методологией исследования, адекватной целям, предмету и задачам исследования; сочетанием теоретического анализа и практического (опытного, экспериментального) преподавания теории вероятностей, некоторых разделов алгебры и геометрии по предлагаемой системе; результатами экспериментальной проверки основных положений диссертации.

Практическое значение исследования определяется тем, что созданы и опубликованы:

– монография по формированию творческой активности студентов;

– учебное пособие по теории вероятностей для студентов и преподавателей высших педагогических учебных заведений;

– учебно-методические пособия по теории вероятностей в обязательном и факультативном курсах для преподавателей и учителей;

– учебное пособие по решению геометрических задач для студентов и преподавателей физико-математических факультетов педвуза.

В изданных монографии, учебных и методических пособиях усилена практическая и творческая направленность изучения курса теории вероятностей и других разделов математики в педвузах, сделан акцент на реализацию творческих возможностей студентов через включение их в процесс поиска различных нестандартных решений математических задач.

На защиту выносятся следующие положения:

1. Система формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач будет эффективна, если

– модель формирования творческой активности будущих учителей будет рассматриваться как непрерывный, всесторонний, управляемый процесс развития мотивов преодоления трудностей при решении математических задач;

– технология организации учебно-методической деятельности студентов, построения на основе диагностики их уровня творческой активности, будет учитывать индивидуальные особенности, уровень творческого развития, математической подготовленности и профессионального интереса

учащихся;

– вариативность будет интегративным качеством, присущим всем элементам системы (вариативность решения математических задач, вариативность предложенных алгоритмов образовательных действий студентов и преподавателей, вариативность включенности студентов в решение этих задач и т.д.).

2. Разработанный и обоснованный комплекс задач является основным средством формирования творческой активности студентов, так как он:

– построен на единых принципах вариативности, иллюстративно-образного решения, трансформации междисциплинарных связей и средств их решений;

– способствует повышению уровня математической и методической подготовки;

– обеспечивает связь вузовских курсов с соответствующими школьными разделами и допускает возможность перейти от предметного изложения материала к изучению единой математики;

– создает условия для реализации функционально-деятельностного, личностно-ориентированного и проблемно-исследовательского подходов.

3. Методика работы с математическими задачами дополняет общую методику преподавания математики и технологию творчески ориентированного обучения будущих учителей, поскольку она:

– создана на основе анализа обобщенных методических умений учителя математики;

– способствует интеграции методологических, математических, психолого-педагогических и методических знаний;

– предусматривает применение структурно-логических схем, позволяющих эффективно реализовать межпредметные связи в учебно-методической деятельности.

4. Алгоритм образовательных действий студентов, направленный на решение новых оригинальных задач, будет результативен, если он:

– строится на целенаправленном взаимодействии преподавателя и студента, опирающемся на дифференцированную мотивацию и учет индивидуальных особенностей учащихся;

– позволяет каждому студенту составить свой конкретный план действий и руководствоваться им;

– подразумевает рефлексию обучаемым своих действий.

Апробация результатов исследования осуществлялась на базе всесоюзных, республиканских, зональных конференций, совещаний, семинаров по проблемам методики преподавания математики и общей педагогики в городах Москва, С.-Петербург, Гомель, Липецк, Волгоград, Орск, Томск, Ярославль, Дейтон (США), Кассель (Германия) (подробнее см. с. 54–55), на курсах повышения квалификации учителей (Ярославль), на заседаниях семинара по методике преподавания математики в МГПУ им. В. И. Ленина, МГЗПИ и ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, на научно-методическом совете по математике учебно-методического объединения по общим проблемам педагогического образования МО РФ, а также проводилась рецензентами редакций периодических изданий.

Содержание исследования

1. Творческая активность и возможности ее развития в процессе математического образования студентов

В современной педагогической литературе часто пишут о необходимости познавательной и творческой деятельности учащихся и студентов, о необходимости развития творческого мышления, но при этом понятия познавательной деятельности, творческой активности даются обтекаемо, в неопределенной интерпретации. К сожалению, авторы стараются избежать четких научных определений, прибегая зачастую лишь к описанию проявления этих качеств мышления.

В то же время уже в первых аналитических исследованиях процессов образования, проводившихся с подобных позиций еще три десятилетия тому назад, наметилось понимание того, что традиционная ориентация образования на передачу суммы известных знаний не может удовлетворить потребность в развитии интеллекта и креативности студентов, необходимой для их вхождения в пространство современной профессиональной деятельности, адаптации к динамично меняющимся социально-экономическим условиям жизни.

Особое внимание уделяется сейчас во всем мире развитию способностей и активизации возможностей инновационного видения. Сегодня, как никогда ранее, ценимо и значимо развитие неординарности мышления. Интегрированные подходы зарождающейся науки – акмеологии – направлены на творческое развитие личности.

Творчество есть свойственная человеку целенаправленная деятельность, отмеченная неординарностью, оригинальностью, нешаблонностью мышления, чувствований, действий и направленная на получение новых, существенных свойств, признаков, качеств у привычных процедур и процессов, конечного продукта практического и умственного труда, а также на реализацию своих собственных возможностей в интеллектуальной, эмоциональной и предметно-практических сущностных сферах деятельности человека.

Чтобы развить творческие способности и умения, необходимо осуществление программы обучения творчеству, направленной на разрешение трех принципиальных противоречий, выделенных рядом исследователей и сформулированных В. И. Загвязинским.

Первое связано с мотивационным обеспечением учебной деятельности студента: это противоречие между ориентацией на изучаемый предмет, на науку и научную деятельность и ориентацией на педагогическую деятельность. Второе противоречие – между стремлением к творчеству и невозможностью его осуществить без достаточного запаса знаний и опыта. Третье противоречие кроется в самой природе творческого процесса. С одной стороны, нужно дать студентам определенные образцы и правила, нормы деятельности, а с другой – учитывать то обстоятельство, что творчество не поддается жесткой регламентации и алгоритмизации.

Творческая активность представляет собой процесс созидания нового и совокупность свойств личности, обеспечивающих ее включенность в этот процесс. Известно, что качества, необходимые для творческой деятельности ученика, как правило, не даются от природы, а приобретаются им в результате воспитания и образования. Подлинно творческая деятельность студента начинается там, где ведется самостоятельный поиск новых решений, намечаются новые, более совершенные, оригинальные направления поиска, более рациональные способы решения теоретических и практических задач.

Мы определили **творческую активность студентов как деятельность личности, обеспечивающую ее включенность в процесс созидания нового, предполагающий внутрисистемный и межсистемный перенос знаний и умений в новые ситуации, изменения способа действия при решении учебных задач.**

На основе анализа теории и практики педагогической работы нами предлагаются критерии творческой активности:

– чувство новизны (под этим следует понимать психоэмоциональное состояние обучаемого, пришедшего в результате выполнения некоторого набора стандартных действий к субъективно новому, неизвестному ему ранее отношению между объектами его умственной деятельности. Это качество лежит в основе стимуляции поисковой, творческой и эвристической учебной деятельности);

– критичность мышления (комплексное качество, имеющее своими основными компонентами способность к анализу, синтезу, рефлексии);

– направленность на творчество, стремление к нестандартному решению учебной задачи;

– способность к преобразованию объектов умственной деятельности, к дедуктивному рассуждению;

– способность к проведению параллелей, аналогий, построению моделей.

Рассматривая формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач как специфическую область исследования творчества, мы сделали попытку создать модель познавательной деятельности, разработать методические основы и конкретные технологии развивающего обучения будущих учителей различного профиля на примере математических дисциплин.

Выразительно черты математического образования, влияющие на культуру человека в целом, были сформулированы в докладе В. Сервэ на XIX Международной конференции по народному просвещению: "Среди интеллектуальных свойств, развиваемых математикой, наиболее часто упоминаются те, которые относятся к логическому мышлению: дедуктивное рассуждение, способность к абстрагированию, обобщению, специализации, способность мыслить, анализировать, критиковать. Упражнение в

математике содействует приобретению рациональных качеств мысли и ее выражения: порядка, точности, ясности, сжатости. Оно требует воображения и интуиции. Оно дает чутье объективности, интеллектуальную гибкость, вкус к исследованию и тем самым содействует образованию научного ума".

Изучение математики требует напряжения регуляторных механизмов психики, внимания, эмоционально-волевой концентрации, обеспечивает перенос интеллектуальных навыков в другие сферы жизнедеятельности.

Таким образом, математика выполняет важную роль как в развитии интеллекта, так и в целом в формировании характера – логических свойств личности.

Известный педагог-математик Д. Пойа в своей книге "Как решать задачу" подчеркивал, что владение математикой – это умение решать задачи, так как "решение задач – практическое искусство, подобное плаванию, катанию на лыжах или игре на фортепиано; научиться ему можно только подражая образцам и постоянно практикуясь".

Решение задачи представляет собой процесс преобразования условия задачи. Это преобразование осуществляется определенными методами, способами, приемами и средствами. Решение задачи предполагает познание самого процесса преобразования и осуществляется с помощью определенных мыслительных действий и операций, которые могут быть представлены в виде эвристических или алгоритмических предписаний.

Решение любой задачи полифункционально, так как оно приводит ко многим изменениям в знаниях, структуре деятельности и психике решающего задачу. В работе [1] показано, что решение задач способствует:

– овладению знаниями изучаемых математических понятий;

– развитию у студентов специальных математических умений и навыков;

– формированию у студентов межпредметных и исследовательских умений и навыков.

Процесс обучения можно представить следующей формулой, предложенной В. П. Беспалько:

$$\text{ДП} = \text{М} + \text{А}_{\text{ф}} + \text{А}_{\text{у}},$$

где ДП – дидактический процесс; М – мотивация учащихся к учению; $\text{А}_{\text{ф}}$

– алгоритм функционирования; A_y – алгоритм управления (деятельность учителя по управлению учеником).

В нашем случае имеем дидактическую систему задач, которую определим как некоторую совокупность задач, находящихся во взаимосвязи друг с другом и выполняющих определенные дидактические функции в процессе обучения, прежде всего мотивационную, познавательную и развивающую.

Охарактеризовать процесс обучения как систему можно только проследив эту систему в ее динамике, т.е. выявив, каким образом изменяется ее состав (элементы), структуры (связи между ними) в соответствии с ее функциями. Речь идет о системе деятельности и формирующихся, складывающихся в рамках этой системы отношениях (например, преобразовательно-активных или содержательно-исполнительных, потребительски-иждивенческих или действенно-созидательных и других).

Творчество и творческая активность как интегративные качества личности были в центре исследований и в высокой теории на фундаментальном уровне, и в теории прикладного типа – психологии, педагогике, искусствознании, производственном дизайне, в реальной практике. Если еще недавно под творчеством понималась "деятельность, порождающая качественно новое, никогда ранее не бывшее", то есть ориентированная на изменение внешнего для человека объекта, то ныне речь идет и о коренных преобразованиях, в том числе в самом человеке. При этом творческая активность выступает в виде своеобразного катализатора, побуждающего человека, наделенного творческим потенциалом, действовать нестандартно на всех направлениях, включая процесс и продукт внешней для себя деятельности, а также изменения в себе самом.

С субъективной точки зрения творчество и его развивающий эффект определяются самим процессом, даже если конечный его продукт не обладает социальной ценностью и новизной. Например, субъект творчества не создавал ничего социально ценного, кто-то раньше сделал это открытие, задача была новой лишь для данного субъекта и окружающих его лиц. Во всех этих случаях могут иметь место психические процессы, характерные для творчества, хотя конечный результат творческого процесса не может быть объективно отнесен к нему. В течение многих лет процессу творчества много внимания уделяли психологи. В их работах изучался генезис

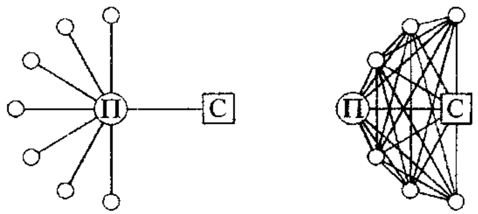
этого явления, определялись различные его стороны, и поэтому психологический аспект творчества и развития творческой активности является наиболее изученным в научной литературе. Большое значение творчеству уделили в своих работах В. Я. Пономарев, О. К. Тихомиров, И. Я. Лернер. Они подчеркивали важность включения ребенка в творчество, в освоение искусства, в поиск нового.

При анализе активности как психологической категории одни авторы акцентируют внимание на внешних реакциях, действиях, движениях, другие – на внутренней способности к взаимодействию. Такой альтернативный подход не получил широкого распространения. Мы согласны с авторами, рассматривающими активность как в форме внутренних процессов взаимодействия, так и в форме внешних их проявлений, то есть ведущими комплексное изучение ее проявлений в самых различных сферах поведения и деятельности.

Виды проявления активности зависят от того, в каком аспекте (со стороны содержания, процесса, результата) рассматриваются поведение и деятельность человека.

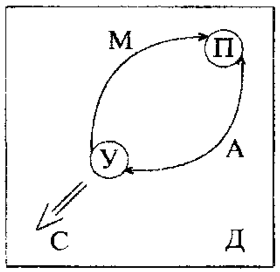
Исследователями изучались различные стороны творческого процесса; большинство психологов отмечают необходимость формирования мотивов творческой деятельности, включения учащихся в непосредственное решение творческих задач, формирования у них готовности к этой деятельности.

Задачи типологии творческой деятельности в четырехуровневой структуре знаний (знания-знакомства; знания-копии; знания-умения; знания-трансформации), разрабатываемые современной педагогикой высшей школы, возлагаются на послевузовское образование (магистратура и аспирантура). Подобная традиционная последовательность в несколько примитивизированном виде отражена в директивной формулировке: сначала научи ремеслу, а потом пусть обучаемый творит так, как ему хочется. Такая ситуация квалифицируется А. Г. Алейниковым как логический тупик, и в педагогике креативной ориентации им предлагается перевод обучаемого "из ранга объекта воздействия в ранг субъекта творчества (креативности), а традиционный (основной) учебный материал из ранга предмета освоения переводится в ранг средства достижения некоторой созидательной цели, дополнительный же материал содержит описание и показ действия эвристических приемов и методов". Позволим себе первую мысль высказывания проиллюстрировать на графе взаимодействия педагога, учащихся и содержания предмета и не согласиться с утверждением о необходимости дополнительного материала для развития творчества. Опыт преподавания классических вопросов теории вероятностей с использованием графов опровергает это высказывание, поскольку изучаемый материал не является дополнительным, а сам подход способствует демонстрации эвристических приемов и методов.



Графы взаимодействия
(П) – педагога,
○ – учащихся и
[С] – содержания
при переходе от традиционного обучения к инновационному.

В дидактическом пространстве с отражением интересов и достижений педагогики, психологии и философии расположены два субъекта – преподаватель (П) и ученик (У). Дидактическое пространство (Д) изображено на плоскости квадратом, в центре которого находится субъект У.



Между ними установлены отношения: мотивы ученика (М) (и родителей), алгоритм управления познавательной деятельностью ученика (А). На выходе: творческая личность ученика с заданными качествами (С).

При создании новой технологии воспитания ученика выбираются установленные качества субъекта У и набор некоторых разделов известных учебных дисциплин, реализующих эти качества на 1-м уровне (2-м уровне и так далее).

За логикой творческого процесса полезно видеть психологическое содержание каждой фазы творчества. Я. А. Пономарев выделяет следующие фазы: фаза логического анализа (опора на знания, высокий уровень осознанности процессов и действий); фаза интуитивного решения; фаза вербализации интуитивного решения, на которой осознанным оказывается не только результат, но и способ решения (процессуальная сторона); фаза формализации вербализованного решения, придание найденному решению окончательной, логически завершенной формы.

Исходя из наиболее общих и формальных признаков активности человека, характеризующих ступень или уровень взаимодействия, Л. С. Выготский выделяет "энергетические" резервы и внутренние возможности к взаимодействию, скорость и интенсивность этого взаимодействия, разнообразие используемых средств и приемов в процессе взаимодействия и другие признаки, раскрывающие его динамику. Им учитывается также содержательный и результативный аспект активности человека. В то же время в психолого-педагогической литературе не сложилось единого мнения о понятиях "творчество", "творческая активность", "творческая деятельность".

В процессе творческой деятельности рельефно выделяются постановка и формулирование проблемы, ее идеальное, или внутреннее, мысленное решение,опирающееся на внутренние умственные действия, и, наконец, внешнее выражение этого решения в форме опытной проверки его правильности,получения продукта творческой деятельности. В творческой учебной деятельности новизна решений всегда выступает в объективном и субъективном плане. Выполняемые студентами творческие задания обладают субъективной новизной, если они являются "открытием"для него. И тем не менее при организации творческой деятельности отдельных студентов, групп следует ориентироваться как на объективную, так и на субъективную новизну продуктов творчества.

То новое, что открывает для себя студент, существует не как нечто, ни с чем не связанное, а находится в определенной связи, зависимости с уже известным знанием по данной проблеме. Исследования С. Л. Рубинштейна, А. В. Брушлинского показывают, что в ходе самого мыслительного процесса создаются внутренние предпосылки, условия для актуализации нужных знаний, выдвижения проблем, гипотез, планов решений.

Большие возможности для творчества, для созидания нового имеются в авторском подходе с систематическим использованием теории графов к изложению курса "Теория вероятностей и математическая статистика". Эффективность применения графов демонстрируется, в частности, получением некоторых результатов из математического анализа (сходимость последовательностей, суммирование числовых рядов) вероятностными средствами [28], [33]. При решении задач у студентов формируется потребность поиска, наряду с классическим способом, новых решений, основанных на моделировании условий задачи при помощи соответствующих графов. Возникает и возможность сравнения различных решений, выбора оптимального из них для данной задачи.

Ход творческого процесса, творческой активности определяется, как мы видим, и самой задачей,которая как бы создает исходную детерминацию для мышления,определяет общее направление поиска неизвестного.

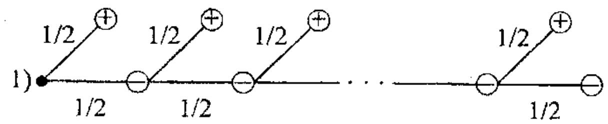
Современные психологи убедительно показали, что уровень мыслительной активности учеников во многом определяется содержанием знаний и умений, которые учитель прививает детям. В. В. Давыдов утверждает, что "вызвать и закрепить активную работу мысли школьников можно лишь тогда, когда предлагаемые им знания, во-первых, включены в систему практических задач, решение которых невозможно без усвоения этих знаний, во-вторых, отражают существенное содержание того объема, в отношении которого возникают подобные задачи. Первое обстоятельство мотивирует сам процесс усвоения знаний, второе – вызывает активную работу мысли; именно существенное содержание объекта, отраженное в знании, нельзя усвоить и применить к решению задач без абстракции, обобщения, конкретизации и других логических действий, посредством которых осуществляется мыслительная деятельность".

Развитие творческой активности не предопределяет целиком и полностью мыслительный процесс как алгоритм деятельности каждого ученика. Действия, операции совершаются в зависимости от конкретных условий

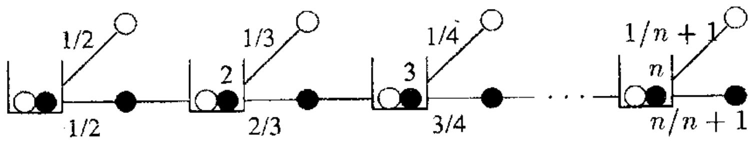
решения задачи, индивидуальных особенностей учащегося. В ходе самого мыслительного процесса создаются внутренние условия для формирования способов действий, операций. Сначала они выступают как предпосылка творческой деятельности, средство решения задачи, затем становятся результатом, следствием этого процесса. Когда студенты проявляют творческую активность не только в ситуации новой творческой задачи, но и при выполнении самого широкого круга учебно-практических задач, у них проявляется уже стиль творческой деятельности.

Возникает потребность анализировать условия задачи и варианты ее решений, менять местами условие и следствие, ослаблять или усиливать требования задачи, обобщать и продолжать ее, искать аналоги и применения в других разделах математики и в других науках. Так, продолжая идею вероятностных интерпретаций процесса суммирования некоторых числовых рядов, распространяем ее на некоторые урновые модели эффекта последствий [37]. Использование вероятностных графов делает решение задачи более наглядным и доступным.

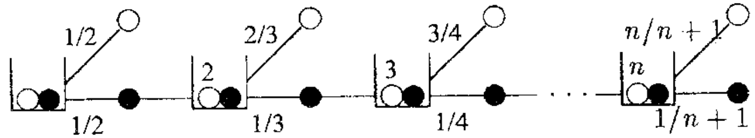
Рассмотрим для определенности действия шахматиста, играющего с компьютером до первой победы при предположениях об ограниченности числа партий и соответствии уровня компьютерной программы мастерству шахматиста. Тогда, в зависимости от типа его характера, поражение или ничья в предыдущей партии либо не влияет на его настроение, либо ухудшает его и тем самым уменьшает вероятность выигрыша, либо мобилизует его силы и увеличивает вероятность выигрыша следующей партии. Каждому из этих случаев соответствует вероятностный граф, по которому нетрудно вычислить и вероятность "успеха" ($P(Y)$).



$$1-\left(\frac{1}{2}\right)^n = P(Y) = \frac{1}{2}+\frac{1}{4}+\ldots+\left(\frac{1}{2}\right)^n.$$

2) 

$$1 - \frac{1}{n+1} = P(Y) = \frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + \ldots + \frac{1}{n(n+1)}.$$

3) 

$$1 - \frac{1}{(n+1)!} = P(Y) = \frac{1}{2!} + \frac{2}{3!} + \ldots + \frac{n}{(n+1)!}.$$

Аналогичные модели способствуют и развитию математической культуры студентов-гуманитариев, поскольку знакомят с некоторыми понятиями математики: последовательностями и рядами.

Существенной частью математической подготовки студентов является решение задач как эффективное средство обучения математике, формирования математического мышления и качеств, присущих творческой личности. Например, каждая крупная научно-методическая работа ярославской геометрической школы содержит сборник задач, раскрывающих технологию реализации ведущей идеи работы. Так, среди них имеется идея З. А. Скопеца: задача одна – решения различны.

Обращение философов, дидактов и методистов к понятию задачи, принципам отбора, приемам постановки и решения задач становится особенно актуальным и важным в современных условиях пересмотра и корректировки содержания образования, совершенствования методов и организационных форм обучения.

Рассмотреть процесс формирования творческой активности студентов при решении математических задач невозможно без понимания дидактических принципов обучения, таких, как принцип развивающего обучения, научность, доступность, систематичность и последовательность, проблемность, профессиональная направленность, зависимость развития от обучения и воспитания. Система задач выступает в учебном процессе как

дидактический метод учебного познания, как средство формирования и развития мышления.

Такому творческому поиску чужды формализм, начетничество, игнорирование или недостаточное внимание к субъекту восприятия сущности математических объектов. Со времен великих педагогов (Я. А. Коменский, И. Г. Песталоцци, К. Д. Ушинский и др.) педагогическая мысль стремилась к такой организации учебного процесса, когда достигается сознательное понимание смысла (сути) и содержания математических действий. Один из таких путей – сделать процесс обучения математике наглядным, так как именно наглядное обучение позволяет обеспечить разностороннее и полное формирование математических умений, поддерживает интерес и мотивацию обучения, приводит к более высокому уровню развития математического мышления, формированию творческой активности. Такой подход особенно эффективен для студентов гуманитарных специальностей ввиду явного превалирования у них наглядно-образного мышления над словесно-логическим.

Анализ свидетельствует, что математики стремятся сделать изучаемые ими проблемы геометрически наглядными, поэтому геометрическое воображение, или, как говорят, "геометрическая интуиция", играет большую роль в процессе развития математического творчества.

Принцип наглядности – один из самых известных и интуитивно понятных принципов обучения. Достаточно вспомнить высказывание древних: смотри. В его основе лежат следующие строго зафиксированные научные закономерности: органы чувств человека обладают разной чувствительностью к внешним раздражениям, у подавляющего большинства людей наибольшей чувствительностью обладают органы зрения.

Динамика развития предметного содержания перцептивных действий характеризуется переходом от конкретных свойств математических объектов к восприятию внутренних существенных взаимосвязей. На этом уровне задачи предметности восприятия выполняют различные мнемосхемы, на которых наглядно воспроизводятся существенные параметры математических объектов и действий. Такое расширительное толкование наглядного обучения математике было дано Е. И. Смирновым и Т. Н. Карповой. Этот подход определяет новые возможности в развитии творческой активности в процессе решения математических задач.

Наглядное обучение математике – это процесс формирования адекватной категории цели, устойчивого результата внутренних действий обучаемых при непосредственном восприятии приемов деятельности, отражающих моделирование отдельного математического знания или организованного набора знаний.

Формируя мотивацию творческой деятельности в процессе предлагаемых студентам математических задач, мы исходили из следующих положений:

1. Большинство задач, предлагаемых студентам, может быть использовано ими в процессе профессиональной подготовки.

2. Большинство задач опирается на элементарные математические знания, полученные студентами в школе.

3. Решение части задач позволяет студентам вместе с преподавателем найти нетрадиционные пути их решения.

Все это создает условия для пробуждения у студентов интереса к математике и к предложенным им задачам.

Формулируя математические задачи, мы предполагали, что преподаватель на основе наглядного обучения должен сформулировать цель, в которой в качестве результата следует выделить не только решение задачи, но и поиск нового пути ее решения.

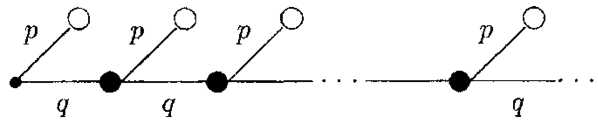
В нашей работе было важно сконструировать такую технологию наглядного обучения, в которой все учебные задачи были бы объединены общей дидактической идеей.

При выборе такой идеи мы посчитали, что необходимо вести речь о развитии ассоциативного типа мышления, который предполагает образное восприятие и трансформацию изучаемого объекта.

Поэтому актуальной является проблема такой организации процесса обучения математике, когда представления, возникающие в мышлении обучаемых, отражают основные, существенные стороны математической деятельности, в том числе посредством разумного моделирования математических действий.

Рассмотрим пример вычисления суммы убывающей геометрической прогрессии. Использование графов в теории вероятностей позволяет предложить следующую модель. Студентам предлагается рассмотреть ситуацию: дана урна, в которой содержатся белые и черные шары. Пусть

количества белых и черных шаров в урне подобраны таким образом, что вероятность извлечь при испытании белый шар равна p, а вероятность извлечь черный шар равна q. Проводим повторное вынимание шара с возвратом до появления белого шара. Тогда вероятностное дерево эксперимента имеет вид



Пользуясь определением суммы ряда и вероятностным деревом, получим $P(A) = p + q \cdot p + q^2 \cdot p + \ldots + q^{n-1} \cdot p + \ldots$, где $P(A)$ – вероятность достать белый шар в указанном эксперименте. Используя определение бесконечного произведения, находим вероятность противоположного события

$$P(\bar{A}) \overset{\text{опр}}{=} \lim_{n \to 0} q^n = 0.$$

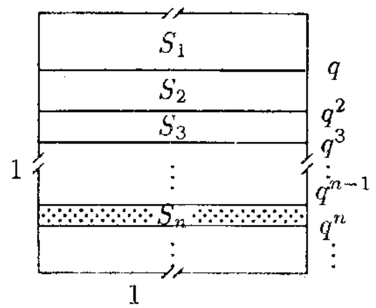
Отсюда получаем, что $p + q \cdot p + q^2 \cdot p + \ldots + q^{n-1} \cdot p + \ldots = 1$ или

$$1 + q + q^2 + \ldots + q^{n-1} + \ldots = \frac{1}{p} = \frac{1}{1-q}.$$

Приведенные рассуждения интересны уже тем, что вскрывают связь геометрических прогрессий с вероятностями и алгоритмами.

С другой стороны, обратим внимание на то, что этот результат стал возможным и благодаря счетной аддитивности вероятностной меры. Учитывая, что аналогом этого свойства вероятности в элементарной математике является свойство площадей, найдем геометрическую иллюстрацию процесса суммирования геометрической прогрессии.

Заполним единичный квадрат прямоугольниками, пары сторон которых лежат на сторонах квадрата, а вершинами прямоугольников выбираем соседние точки, удаленные от одной из сторон квадрата на расстояния $1, q, q^2, \ldots, q^{n-1}, q^n, \ldots$



Поскольку $S_1 + S_2 + ... + S_n + ... = 1$, то

$$(1-q) + (q-q^2) + ... + (q^{n-1} - q^n) + ... = 1$$

и

$$1 + q + q^2 + ... + q^{n-1} + ... = \frac{1}{1-q}.$$

Мы предлагаем студентам поискать дальнейшие продолжения полученных моделей суммирования.

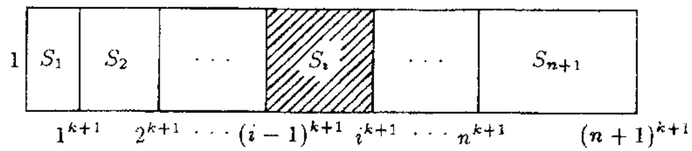
Одно из направлений размышления может быть связано с поиском аналогичных построений и действительно приводит [33] к вычислению двумя способами, отличными от традиционных, сумм некоторых рядов, например,

$$\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{1}{2\cdot 3} + ... + \frac{1}{n(n+1)} + ... = 1,$$

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4} + ... + \frac{1}{n(n+1)(n+2)} + ... = \frac{1}{4},$$

$$\frac{1}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} + \frac{1}{2\cdot 3\cdot 4\cdot 5} + ... + \frac{1}{n(n+1)(n+2)(n+3)} + ... = \frac{1}{18}.$$

Другое продолжение поиска может быть направлено на трансформацию полученных моделей к установлению алгебраических соотношений. В частности, предлагается новый способ нахождения сумм целых степеней чисел натурального ряда. Заполним прямоугольник, длина одной из сторон которого равна единице, а другой – $(n+1)^{k+1}$, прямоугольниками следующим образом:



Используя аддитивное свойство меры площади

$$S_1 + S_2 + ... + S_{n+1} = (n+1)^{k+1},$$

индуктивно находим [40], [43] сумму k-х степеней $(k = 1, 2, 3, 4, 5)$ первых n натуральных чисел:

$$1^k + 2^k + 3^k + ... + n^k.$$

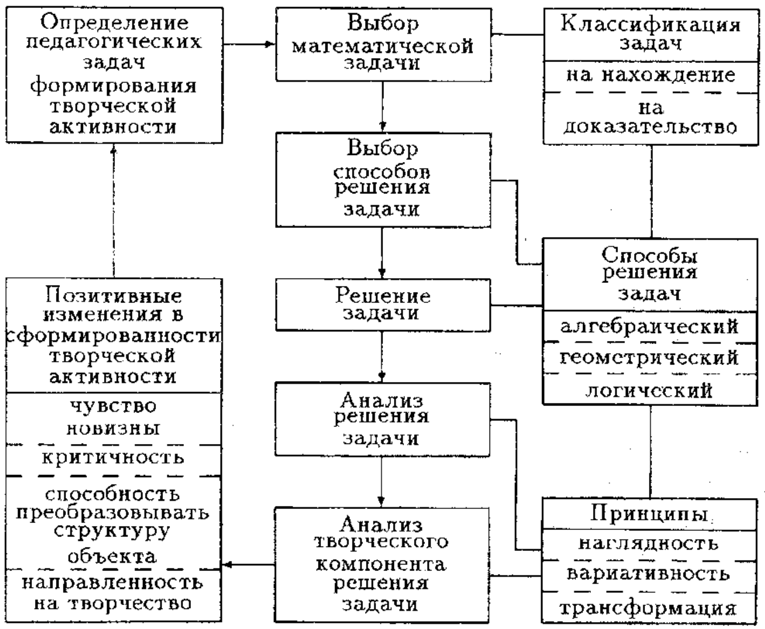
Особенностью предложенного метода является то, что суммирование проводится в процессе познавательной деятельности студентов в отличие, например, от доказательства справедливости той или иной формулы методом математической индукции, то есть задача на доказательство становится при таком подходе задачей на нахождение.

Рассмотренные задачи иллюстрируют авторский подход к разработке комплекса задач, который является основным средством развития творческой активности студентов. Предложенный комплекс задач построен на принципах вариативности, наглядности и трансформации междисциплинарных связей, создает условия для повышения уровня математической и методической подготовки, обеспечивает связь вузовских и школьных курсов.

Обобщая сказанное, выделим, что при моделировании творческой активности нами предлагается начинать работу с определения педагогических задач ее формирования. Затем подбирается соответствующая математическая задача и способ (или способы) решения. За решением задачи следует анализ (математический) и анализ творческого компонента решения. В следующем за этим заключении оцениваем позитивные изменения в сформированности той или иной составляющей творческой активности, а затем переходим на новый уровень ее формирования, подбирая, в частности, более сложную задачу или задачу, для которой мы знаем большее число вариантов решения или возможных трансформаций в другие математические области.

Схематично предложенная модель формирования творческой активности выглядит следующим образом.

Модель
формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач



2. Реализация принципа вариативности поиска решения математических задач

Вариативность является важнейшим принципом в творческом процессе человека. Именно выбор варианта решения любой проблемы интенсифицирует мыслительную деятельность человека, создает условия для самостоятельных действий. **Принцип вариативности поиска решения математических задач** обусловливает актуализацию разнообразных знаний студентов из различных областей математики и включение их в поиск нестандартных решений предлагаемых известных задач.

Синтезируя знания из математического анализа, геометрии и теории вероятностей, автор предлагает пять способов вычисления суммы убывающей геометрической прогрессии, а для большинства рассмотренных в монографии [1] задач приводится несколько способов их решения, из которых, по крайней мере, одно авторское. Такое разнообразие решений каждой задачи, часть из которых при целенаправленной ориентации преподавателя студенты находят сами, позволяет им увидеть огромный потенциал математики для развития творческой активности.

Основными требованиями принципа вариативности являются:

1. Выделение в процессе решения известных и нетрадиционных путей решения.

2. Осуществление учебных действий с позиции поиска новых решений задачи или рассмотрение новых возможностей известных математических утверждений.

3. Ориентация педагогического стимулирования на новизну путей решения предлагаемых задач.

4. Психологическое обоснование возбуждения интереса к математическим теориям, имеющим теоретическое и практическое значение.

Именно на основе данного принципа предлагаются студентам задачи по теории вероятностей [2], [3], [5], которая наиболее тесно связана с запросами науки, производства, с разнообразной деятельностью человека, она объединяет теоретические и практические интересы различных разделов математики. Отсюда происходит глубокая заинтересованность автора диссертационной работы в пропаганде стохастических методов исследования.

В учебных действиях по решению этих задач предлагается новый подход к использованию графов и осуществляется технологизация математического моделирования вероятностных процессов путем применения наглядных моделей теории графов. Преподаватель должен объяснить студентам сущность и возможности этого метода для решения новых и известных им задач.

В процессе решения задач формируется такой важный компонент эвристической деятельности, как преобразование объекта, а у студентов формируется способность к этому.

В процессе решения подобных задач студенты определяют сущность постановки проблемы, выявляют возможности использования графов, выделяют те элементы задачи, которые можно изобразить с помощью графов.

Важно, чтобы студенты самостоятельно смогли построить графы и интерпретировать результаты этого построения для решения данной задачи. Такой алгоритм позволяет постепенно пройти этапы от решения задач известным способом к новым решениям задач, которые решались ранее другими традиционными способами.

Изучив возможности использования графов, студенты должны быть готовы осуществить перенос знаний в другие разделы математики и отрасли науки. Перенос в арифметику иллюстрируется набором классических задач, которые решаются по-новому. Предложены геометрические модели вычисления некоторых конечных сумм, в том числе и известных еще пифагорийцам [40], [43].

При решении задач этой группы для формирования творческой активности важно поэтапно вести студентов к пониманию того, что известные математические явления могут рассматриваться нетрадиционно.

На первом этапе задача преподавателя состоит в расширении элементарных знаний студентов о целых числах.

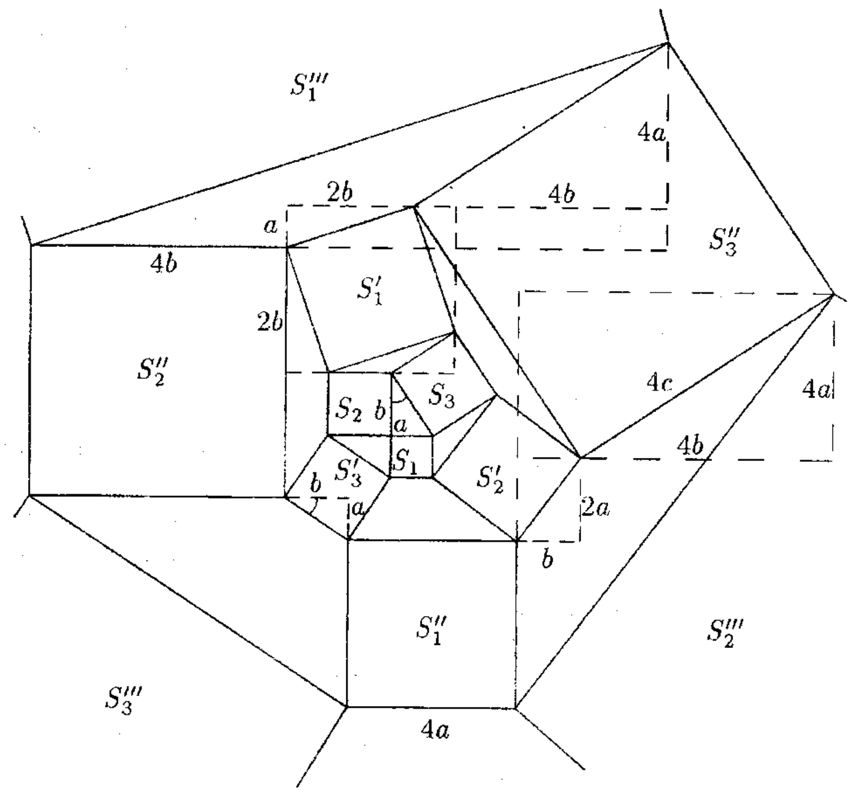
На втором этапе преподаватель показывает возможности использования арифметики целых чисел для решения довольно большого количества задач, при этом студенту в готовом виде дается неполная система указания ориентиров. Методом проб и ошибок они ищут новый вариант решения задач. Данный поиск объединен общей идеей, которая предполагает использование счетной аддитивности меры площади по аналогии со счетной аддитивностью вероятностной меры.

Во всех задачах реализуется принцип наглядного изображения их решения, который позволяет студентам более глубоко понять суть задачи и суть самого метода.

Наиболее значима для формирования чувства новизны и критичности, важнейших показателей творческой активности, дидактическая идея рассмотрения теоремы Пифагора и ее обобщений и продолжений [1. С. 99–128]. Здесь заложена очень важная идея: как известное математическое явление, каковым является "Теорема Пифагора", можно рассмотреть в плане ее дальнейшего развития и продолжения. В принципе для всех сту-

дентов "Теорема Пифагора" является самым известным математическим явлением, и поэтому ее продолжения являются прекрасной иллюстрацией бесконечности математики, а включение студентов в изучение новых закономерностей, которые раскрывает логика рассуждений в продолжении теоремы, позволяет реализовать возможность вариативного поиска. В качестве иллюстрации рассмотрим следующую конструкцию.

Соединим отрезками соседние вершины квадратов пифагоровой конфигурации и примем их за стороны новых квадратов. После этого аналогично продолжим получившуюся конфигурацию, а затем и следующую, как показано на рисунке:



Автор доказал [38], что их площади связаны следующими соотношениями:

$$S_1' + S_2' = 5S_3',$$

$$S_1'' + S_2'' = S_3'',$$

$$S_1''' + S_2''' = 5S_3'''.$$

Предложенные доказательства могут также служить иллюстрацией как принципа вариативности (поскольку каждое утверждение доказывается двумя способами – средствами элементарной геометрии и с помощью косого произведения векторов), так и личностно-ориентированного подхода, поскольку каждому студенту предлагается выбрать доказательство, соответствующее его уровню подготовки.

Эти доказательства дают возможность дальнейших математических рассуждений и формирования мотивации на дальнейший вариативный поиск решения математических задач. Очень важно , что студентам в готовом виде дается полная ориентировочная основа в форме алгоритма решения задач. Планируемые действия выполняет преподаватель, а обучаемый на начальном этапе подражает образцу. Однако в этом плане возможно и составлять ориентировочную основу действия для каждого задания и сформировать готовность к творческому поиску новых решений известных математических задач.

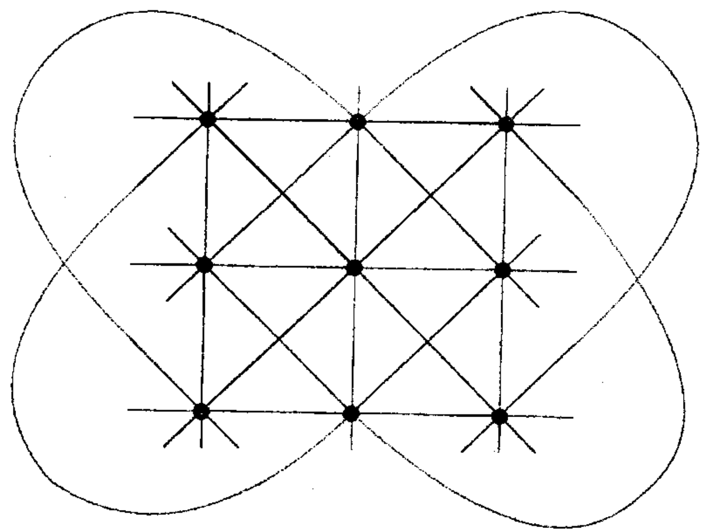
С возрастанием интереса у студентов появляется желание продолжить изучение конфигурации Пифагора. В этом случае можно предложить им достраивать различными способами пифагоровы конфигурации и получать квадраты, для которых выполняется соотношение теоремы Пифагора [1. С. 119–122].

Никакие другие из фундаментальных математических идей не позволяют столь убедительно и наглядно продемонстрировать относительность знания, спиралеобразный характер научного прогресса и эволюции культуры, постоянного, но с совершенно новых позиций "возвращения на круги своя", как идеи непрерывного и бесконечного и противостоящие им представления о дискретном и конечном.

В школьных и вузовских курсах геометрии не обсуждается (или почти не обсуждается) вопрос о количестве точек, прямых и плоскостей в той или иной рассматриваемой геометрии: подразумевается *a priori* их бесконечное множество. В дополнение и развитие классического подхода

изложения геометрических курсов мы рассматриваем геометрии с конечным числом точек, прямых и плоскостей, которые поэтому и называются конечными.

Конечные геометрии допускают весьма естественные модели, на которых удобно иллюстрировать те или иные результаты, аксиомы этой геометрии, их независимость, непротиворечивость и неполноту. На районах (точках) и автобусных маршрутах (прямых), устанавливаемых по определенным требованиям, можно моделировать различные типы геометрий (проективные, аффинные и др.) [6], [11]–[22] и демонстрировать утверждение о том, что геометрия, как и математика в целом, – это "игра" в правила и по правилам. Так, рассматривая геометрию 9 точек (аффинная плоскость третьего порядка), модель которой приведена на рисунке, показываем [1. С. 149–156], как можно задать геометрические преобразования, определяя предварительно середину отрезка, перпендикулярность прямых, вектор и так далее.



Доказали, что медианы любого треугольника (точнее, трехвершинника) в геометрии 9 точек параллельны. Трансформация этого результата в классическую геометрию позволяет удивиться и привычному нам результату пересечения в одной точке медиан треугольника в евклидовой плоскости.

Рассмотрение конечных геометрий характерно прежде всего новизной материала и неожиданностью многих результатов и выводов, которые при переносе в классическую геометрию вызывают удивление теперь уже привычным результатам. Студентам предлагается выявить возможности геометрий над конечными полями, которые довольно широко распространены сегодня в информационных системах. Решения задач этой группы помогают студентам понять неограниченные возможности системного подхода, который позволяет совершенно неожиданно для них решить прикладные задачи в моделируемых вычислительных системах.

Образовательная ценность арифметики, теории вероятностей и комбинаторного анализа чрезвычайно велика: еще Пифагор утверждал, что "мир управляется числом", а Гаусс прибавил к этому, что "арифметика есть царица математики". Поэтому-то отдельная группа математиков, идя против исключительного увлечения высшим анализом, не отрицая его значения, защищает место, которое должно принадлежать в школе общей и практической арифметике и теории вероятностей с ключами статистики и экономики, что делает и автор в своих работах.

Мы разработали алгоритм педагогических действий, направленных на решение разработанных нами новых, оригинальных задач, составляющих нестандартную систему знаний.

1) Постановка учебной проблемы, суть которой предполагает использование нетрадиционных способов решения задачи.

2) Вычленение различных данных, условий, фактов, оснований, группировка этих данных.

3) Осмысление возможных путей решения задачи.

4) Изучение традиционных методов.

5) Поиск нетрадиционного пути решения.

6) Процедура решения.

7) Соотнесение данных, проверка достоверности.

С помощью этого общего алгоритма каждый студент составляет свой

конкретный план действий.

1. Действия уяснения содержания учебного материала, предъявляемого в устной форме (репродуктивные при сообщении учебного материала преподавателем; продуктивные – самостоятельное получение следствий из общих знаний; самостоятельный поиск и решение проблем).

2. Действия уяснения содержания учебного материала из письменных сообщений (чтение и декодирование учебного материала; переработка и уяснение содержания; выделение основных положений; оценка и критика положений, представленных в тексте; конспектирование; действия по самостоятельному получению новых знаний (следствий) из общих положений; конкретизация, подведение под понятие, выведение следствий, доказательств, выводов и т.д.).

3. Действия усвоения учебного материала (заучивание, упражнения).

4. Действия самостоятельного построения знаний (анализ задачи и ее условий; поиск принципа решения задачи; проверка найденного решения задачи). В состав контрольных действий входят: а) контроль усвоения, уяснения и б) контроль отработки. Они входят как элементы в исполнительские действия и предполагают: сравнение своих действий с образцами; оценку совпадения действий и их результатов с заданными условиями; внесение коррекции в действия при их отклонении от образца. Действия контроля постепенно переходят в самоконтроль.

Самооценка своих действий (рефлексия обучаемым своих действий). Она характеризуется осознанием учащимися всех компонентов учебной деятельности:

1. Осознание индивидом учебной задачи. (Что такое задача? Какие общие пути имеются для решения задачи? Что нужно сделать, чтобы решить конкретную задачу?)

2. Осознание цели учебной деятельности. (Чему научился сегодня? Каких целей добился на уроке? Чему можно было научиться, решая задачи определенного типа? Оценивание самим учащимся результатов деятельности в зависимости от реализации ее целей.)

3. Оценка студентами способов деятельности, специфичных и инвариантных по отношению к различным учебным предметам. (Уяснение общих способов действий; умение учащегося выделить общее, инвариантное в различных учебных предметах, в выполнении разных заданий; осо-

знанность конкретных операций, необходимых для решения конкретных задач.)

Каким образом могут решаться перечисленные задачи на основе включения в структуру профессиональной подготовки учителя математического компонента как фактора формирования гуманитарной культуры? Прежде всего у студентов должно быть сформировано умение мыслить в структуре современной научной парадигмы, которая в самом свернутом виде определяется как вычислительный эксперимент (ВЭ). В случае научно-технических парадигм это вычислительно-натурный эксперимент (ВНЭ), структура которого повторяет структуру ВЭ, а специфика динамических стереотипов профессиональной деятельности, являющихся элементной базой психологической модели ВНЭ, определяется спецификой области профессиональной деятельности. Если же в параллели с психологической моделью ВНЭ строить психолого-педагогическую модель как системообразующий фактор методики математического обучения, то мы сразу наталкиваемся на жесточайшую необходимость интеграции учебного математического материала с учебным материалом других дисциплин, обеспечивающих также формирование основ гуманитарной культуры. Такая интеграция должна способствовать прежде всего развитию творческого мышления.

В этом плане важную роль призвана сыграть наша технология образно-наглядного обучения математике. Она позволяет непосредственно воздействовать на интеллектуальную, эмоциональную, волевую, предметно-практические сферы развития человека.

Реализация этих задач осуществляется посредством определенных средств и условий. С их помощью создаются предпосылки для проявления творческой активности, проводится ее коррекция, формируются и закрепляются мотивы творчества. Предлагаемые математические задания имеют собственное психолого-педагогическое и организационное содержание и реализуются своим набором средств и условий, в основе которых лежит образное восприятие объекта. В этой связи можно выделить и охарактеризовать основные дидактические подходы, охватывающие главные стороны нашей технологии.

Прежде всего надо признать право каждого студента на риск, неудачу и ошибку. Важно разъяснить, что ошибки делали многие мыслители и

исследователи, их делали ранее, делают и сейчас: они не есть показатель ограниченности человека. Внимательное отношение к мнению ученика, даже если оно содержит неточность, ошибку, порождает у студента стремление к сотрудничеству, к самореализации. Здесь возможны различные приемы. Например, прием "обыгрывание ошибки", когда неверные или неточные суждения используются как отправная точка или важный этап для выработки нужного решения.

Творческие ситуации, подобранные для каждого направления развития творческой активности, можно еще разбить на группы согласно звеньям творческого процесса. Исследователи выделяют шесть таких звеньев: звено столкновения с новым; звено творческой неопределенности; звено скрытой работы; звено эврики; звено развития решения; звено критики, подтверждения и воплощения. Названным звеньям соответствует следующая система ситуаций: ситуации парадоксальности (1-е звено творческого процесса); ситуация творческого "беспорядка" (2-е и 3-е звено); эвристические ситуации (4-е звено); ситуации творческого моделирования (5-е звено); критические ситуации (6-е звено). Каждая из этих ситуаций создает условия для реализации определенной, соответствующей какому-то звену творческой деятельности студентов.

Овладение эвристическими приемами как инструментом творческой деятельности является самостоятельной частью всего процесса реализации нашей технологии обучения математике. Студентов следует вооружить четкими ориентирами в их плавании в море математических знаний: подходами, планами, алгоритмами, принципами, образцами. Решение определенного типа математических задач, которые мы приводим в нашей книге, способствует этому.

Внедрение нашей технологии формирования творческой активности в процессе образно-наглядного обучения математике предполагает использование различных дидактических приемов. Назовем здесь лишь некоторые из них, применение которых заметно повышает продуктивность использования математического образования для формирования гуманитарной культуры.

1. Прием аналогии – поиск аналога и использование всех процедур вывода по аналогии.

2. Прием укрупнения – увеличение размеров, показателей, качествен-

ных характеристик системы и использование необходимых для этого процедур.

3. Прием дробления – поиск оптимального (требуемого) состава объекта, расчленение его на отдельные подсистемы.

4. Прием идеализации – поиск возможностей приближения системы или отдельных ее составляющих к отдельному варианту.

5. Прием инверсии – изменения процедур деятельности на противоположные, обращение функций, взгляд на систему с противоположной точки зрения, замена динамики – статикой и наоборот.

6. Прием локализации – поиск возможностей временного отделения части системы, временное изменение части условий, временное удовлетворение части требований задачи.

7. Прием приспособления – поиск возможностей адаптации системы или ее отдельных составляющих к внешним условиям, к взаимодействию нового и старого.

8. Прием преобразования формы – трансформация формы объекта с использованием для этого различных видов симметрии и асимметрии, динамических и статических свойств формы, ритма (чередование одинаковых или сходных элементов), нюансов и контраста.

9. Прием преобразования структуры – поиск нужной (устойчивой, красивой и т.п.) структуры системы путей замены связей (способа или средств соединения) между элементами преобразования жесткой связи в гибкую и, наоборот, изменения компоновки элементов и т.д.

10. Прием преобразования в пространстве – поиск возможностей преодоления традиционных пространственных ограничений объекта путем изменения ориентации объекта в пространстве, переноса в другую среду, сопряжения по нескольким поверхностям, перехода от плоскостного размещения к трехмерному пространству.

11. Прием преобразования во времени – поиск возможностей переноса функционирования объекта или определенных действий, явлений в другое время.

Для овладения названными и другими приемами важно создать в учебном процессе условия, когда студенты самостоятельно намечают стратегии решения математической задачи, проводят отбор необходимых приемов, причем не заимствуют их в готовом виде, а творчески переосмысливают, по-новому синтезируют, адаптируя их под конкретные цели.

Важным условием реализации нашей технологии становится самоанализ учащимися собственных интеллектуальных действий. С помощью такого анализа осуществляются самоконтроль и самооценка проделанной работы, фиксируются рациональные структуры творчества, наиболее удачные сочетания математических приемов.

Обучение математике в структуре подготовки педагога опирается на дифференцированную мотивацию и учет индивидуальных особенностей студентов. На творческую активность учащихся всегда влияют их индивидуальные способности, интересы и потребности. В самом деле, всех их отличают особенности мышления, интерес к определенной области знания, жизненный опыт и другие качества личности. Одни студенты успешно справляются с начальными фазами творчества: с вычленением проблемы, генерированием идей для ее разрешения. Другие хорошо подхватывают и развивают идеи, добиваются их неожиданного сцепления. У третьих лучше получается поиск доказательств и опровержений, интерпретация полученных результатов. Студенты с преобладанием образного мышления достаточно легко вживаются, перевоплощаются в какой-то объект или образ, идентифицируются с ним, склонны к оперированию ассоциациями, к "блужданию" в поле культуры. Учащиеся с преобладанием логического мышления, напротив, склонны к целенаправленному, сосредоточенному анализу проблемы, к целенаправленному поиску в своем опыте аналогов ее решения.

Формирование творческой активности будущих учителей будет эффективным только в том случае, если оно представляет собой целостную систему проектирования и управления качественными характеристиками учебной деятельности студентов. В структуре данной системы мы выделим три взаимосвязанных компонента: цель, средства и результаты.

Цель формирования творческой активности студентов, определяемая гармонизацией интересов общества, задачами формирования социальной адаптированности к профессии учителя, уровнем профессионально-предметной подготовки, а также средой функционирования, обуславливает подсистему педагогических средств. От качества использования средств в процессе предметной и методической подготовки студентов зависит ее педагогический результат, который оценивается специальными критериями. Это позволяет определить уровень сформированности творческой активности будущего учителя математики.

Проблема развития творческой активности студентов и логика их подготовки к преподаванию математики предполагает создание совокупности задач, составляющих единое целое (комплекс).

Основным средством формирования творческой активности студентов является комплекс учебно-методических задач, систематическое и целенаправленное применение которого способствует развитию индивидуальных профессиональных и личностных качеств студентов. Здесь решаются три основные методические проблемы:

– научить студентов отбирать и составлять математические задачи;

– сформировать умение выбирать оптимальные технологии обучения решению математических задач;

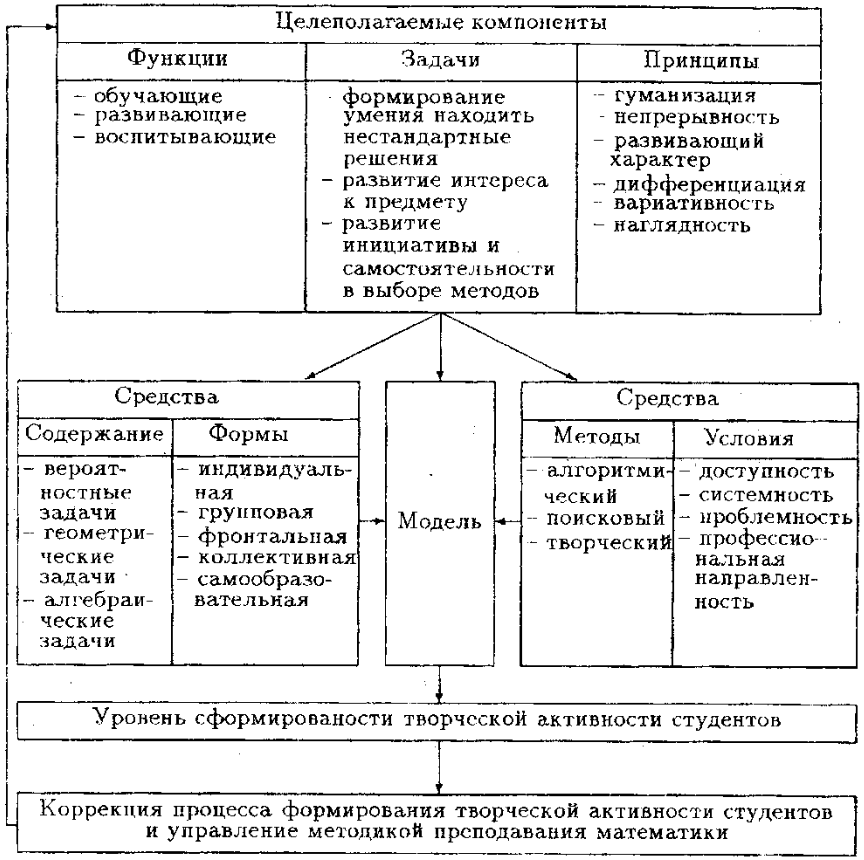
– развить способности реализовывать выбранные технологии обучения.

Логика целостности подобного комплекса предусматривает подбор математических задач, решение, обобщение и анализ которых создает условия для развития составляющих характеристик творческой активности. Комплекс построен на единых принципах вариативности, иллюстративно-образного решения, трансформации междисциплинарных связей и средств их решений.

Алгоритм образовательных действий студентов строится на целенаправленном взаимодействии преподавателя и студента, которое учитывает мотивацию и индивидуальные особенности учащихся, позволяет каждому студенту составить свой конкретный план действий и руководствоваться им, подразумевает рефлексию обучаемым своих действий.

Систему формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач можно представить следующей схемой.

Система формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач



Развитие творческой активности студентов средствами решения математических задач значительно расширяет возможности учебного процесса педагогического вуза и соответственно повышает уровень их общей культуры.

3. Цели и задачи экспериментального исследования. Результаты опытно-экспериментальной работы

В ходе проведения эксперимента мы опирались на следующую логику формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач.

Во-первых, предполагалась актуализация знаний студентов и формирование мотивов, включенных в поиск нестандартного решения этих задач. Предлагались известные студентам задачи, которые имели традиционные решения, однако преподаватель показывал студентам возможность неоднозначного, непривычного решения математических задач.

Во-вторых, студентам предлагалось осуществить самостоятельный поиск нестандартного решения предложенных им математических задач.

В-третьих, на более высоком уровне студентам, подготовленным к решению творческих задач, предлагалось осуществить поиск нескольких решений известных математических задач и новых математических задач, которые у студентов вызывали определенные затруднения. При этом формировалась мотивация преодоления этих затруднений в процессе решения задач.

В ходе эксперимента студентам предлагались такие задачи, в содержании которых была заложена возможность реализации принципов: вариативности выбора способов решения задач, иллюстративно-образного их решения и трансформации междисциплинарных знаний. Особое значение в эксперименте было уделено методике работы педагога со студентом при решении задач. Обращалось внимание на то, что в начале эксперимента педагог выступает в качестве главного субъекта решения математической задачи, а затем постепенно роль субъекта решения задачи переходит студентам.

Разработанная процессуальная рефлексия позволяла после решения задач более четко проанализировать ход их решения и выявить возможности иных подходов к решению задач. В процессе процессуальной рефлексии ставились вопросы:

– насколько полно решена задача?

– насколько в задаче нашли отражение возможные варианты ее решения?

– возможность решения задачи другими способами.

Новая методика нашла свое отражение в чтении курса "Теория вероятностей и математическая статистика" для студентов II и III курсов специальностей "математика", "физика" физико-математического факультета ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, для студентов исторического и филологического факультетов ЯГПУ.

На **первом этапе** проведена диагностика уровня творческой активности студентов III курса физмата. Замеры осуществлялись по четырем критериям: чувство новизны; критичность; способность преобразовать структуру объекта; направленность на творчество. Был предусмотрен также контрольный опрос, предполагающий сравнение оценки ответов и самооценки качеств, осуществляемой испытуемыми. Оценивание критерия производилось по средней оценке, получаемой студентами по трехбалльной шкале (0, 1, 2), и дало следующие результаты:

Таблица 1

Учебный год	Чувство новизны	Критичность	Способность преобразовать структуру объекта	Направленность на творчество
1986/1987	1,15	1,08	1,1	1,06
1987/1988	1,2	1,12	1,06	1,15

На основе полученных эмпирических показателей проектировался процесс ориентации студентов на творческую деятельность. На **втором этапе** проводился отбор содержания учебного материала, удовлетворяющего целям и задачам исследования, анализ и выделение методических приемов, ориентированных на творческую активность обучаемых.

Ввиду отсутствия до настоящего времени основных требований, объема, структуры и способов реализации курса "Математика" для гуманитарных специальностей педвузов в Государственном стандарте РФ автор разработал и внедрил образовательную программу курса "Математика" в соответствии с концепцией исследования.

Автором с 1991 года был разработан блок экзаменационной программы по "Теории вероятностей и математической статистике" для итоговой аттестации студентов специальности "математика" в контексте методики микродипломов.

Качественные и количественные характеристики творческой активности определялись в ходе констатирующего и формирующего эксперимента и на **третьем этапе**.

На подготовительном этапе констатирующего эксперимента решались следующие задачи:

– отбор содержания учебного материала, удовлетворяющего целям и задачам исследования;

– выбор экспериментальных и контрольных групп студентов для будущего исследования;

– анализ и выделение методических приемов и видов наглядного обучения математике, ориентированных на творческую активность обучаемых;

– разработка методических рекомендаций, листов анкетирования и опросов, учебных пособий и монографий по теме исследования.

В ходе формирующего эксперимента изучалось влияние новой методики решения математических задач на становление творческой активности студентов.

Целью проведения констатирующего и формирующего эксперимента были

– определение и анализ уровня творческой активности студентов в процессе проведения лекций, практических и лабораторных занятий, внеаудиторных форм работы;

– корреляция между уровнем творческой активности студентов и качеством знаний, умений и навыков, формируемых в учебном процессе;

– определение вариативности, новизны, самостоятельности решения студентами математических задач по курсу "Теория вероятностей и математическая статистика";

– моделирование, сбор данных, рефераты с творческой ориентацией, участие в научных конференциях, наличие курсовых и дипломных работ

по вероятностно-статистической тематике.

Качественные и количественные признаки творческой активности студентов определялись накануне и по окончании чтения обязательного курса "Теория вероятностей и математическая статистика" (ТВ и МС) параллельно по трем смежным учебным дисциплинам: "Математический анализ" (МА), "Геометрия" (Г), "Алгебра" (А).

I уровень. В предварительном и основном эксперименте принимали участие 428 студентов (за пять лет проведения эксперимента) дневного отделения специальности "математика".

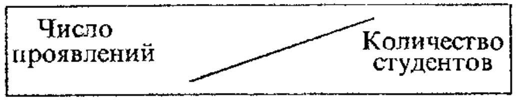
Таблица 2

Учебный год	III курс		Σ	Дисциплины
	Контр. группа	Экспер. группа		
1991/1992	46	43	89	МА, А, Г, ТВ и МС
1992/1993	41	48	89	МА, А, Г, ТВ и МС
1993/1994	43	41	84	МА, А, Г, ТВ и МС
1994/1995	40	44	84	МА, А, Г, ТВ и МС
1995/1996	35	47	82	МА, А, Г, ТВ и МС
Σ	205	223	428	

На 8 лекциях, 8 практических занятиях в первые два и последние два месяца учебных занятий (сентябрь, октябрь, апрель, май) отслеживались количественные характеристики следующих качественных признаков творческой активности студентов (физико-математический факультет):

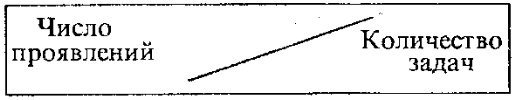
Лекционные занятия (ЛК):

$x^{(1)}$– относительная частота проявления квазиисследовательской творческой деятельности студентов (новизна реальных ответов на поисковые вопросы, предложение вариативности решений поставленных целевых задач, постановка новых проблем в процессе работы с учебным материалом, проявление критического отношения к содержанию, структуре, способу изложения учебного материала).



Практические занятия (ПК):

$x^{(2)}$ – относительная частота проявлений инициативной потребности **моделирования** у студентов как средство решения математических задач; предложение вариативности решений поставленных целевых задач.



Успеваемость:

$x^{(3)}$ – средний балл успеваемости по математическому анализу, алгебре, геометрии, теории вероятностей и математической статистике (по результатам летних сессий); средний балл усвоения математического содержания по курсу ТВ и МС.

Результативность:

$x^{(4)}$ – относительная частота наличия курсовых и дипломных работ, рефератов с творческой ориентацией, участие в научных конференциях по вероятностно-статистической тематике (проверяется на выпускном курсе для экспериментальной и контрольной групп).

Выборка вариант $x^{(1)}$, $x^{(2)}$ производилась в экспериментальной и контрольной группах студентов III курса специальности "математика" 2 раза в год (по 8 выборок лекционных и практических занятий в начале учебного года – сентябрь, октябрь – и по 8 выборок соответственно в конце учебного года – апрель, май) в течение 5 лет. Сравнительный анализ проводился

по следующим годовым дисциплинам: математический анализ, алгебра, геометрия, теория вероятностей и математическая статистика (констатирующий эксперимент), а по последней дисциплине – также формирующий эксперимент (таблица 2).

Лекционные занятия [1]

Таблица 3
Контрольная группа

ЛК-К

Учебный год	Дисциплины							
	МА		А		Г		ТВ и МС	
Начало / Конец	14	14	11	13	13	15	11	12
1991/1992 Разница	$d_1^1 = 0$		$d_1^1 = 2$		$d_1^1 = 2$		$d_1^1 = 1$	
1992/1993	12	13	9	10	12	11	14	16
	$d_2^1 = 1$		$d_2^1 = 1$		$d_2^1 = -1$		$d_2^1 = 2$	
1993/1994	11	13	12	14	16	14	13	15
	$d_3^1 = 2$		$d_3^1 = 2$		$d_3^1 = -2$		$d_3^1 = 2$	
1994/1995	16	18	13	14	13	16	11	13
	$d_4^1 = 2$		$d_4^1 = 1$		$d_4^1 = 3$		$d_4^1 = 2$	
1995/1996	14	15	10	12	15	15	12	13
	$d_5^1 = 1$		$d_5^1 = 2$		$d_5^1 = 0$		$d_5^1 = 1$	
$\bar{d}^1$	1,2		1,6		0,4		1,6	
$s_{\bar{d}^1}^{(1)}$	1,27		1,03		1,13		0,94	
t_Φ	0,95		1,55		0,35		1,70	

[1] Все числовые данные в таблицах 3 и 4 умножены на 100.

Здесь $\bar{d}^1$ – средняя разница по годам выборочных средних $\bar{x}_m^1$ ($m = 1,2$), $s_{\bar{d}^1}^{(1)}$ – ошибка разности выборочных средних, t_Φ – критерий достоверности различий для параметрического t – критерия Стьюдента. Расчеты проводились для 1% уровня значимости при условии нормального распределения выборок. Тогда критическое значение t – критерия Стьюдента для числа степеней свободы $k = 5+5-2 = 8$ найдем по таблице приложений критических значений, $t_{st} = 3,36$.

Таблица 4

ЛК-Э Экспериментальная группа

Учебный год		Дисциплины							
		МА		А		Г		ТВ и МС	
Начало	Конец	13	15	11	11	16	17	13	18
1991/1992									
Разница		$d_1^1 = 2$		$d_1^1 = 0$		$d_1^1 = 1$		$d_1^1 = 5$	
1992/1993		11	15	9	11	13	13	12	18
		$d_2^1 = 4$		$d_2^1 = 2$		$d_2^1 = 0$		$d_2^1 = 6$	
1993/1994		9	11	8	10	7	10	6	13
		$d_3^1 = 2$		$d_3^1 = 2$		$d_3^1 = 3$		$d_3^1 = 7$	
1994/1995		12	16	10	13	7	9	9	15
		$d_4^1 = 4$		$d_4^1 = 3$		$d_4^1 = 2$		$d_4^1 = 6$	
1995/1996		11	15	7	11	8	10	9	16
		$d_5^1 = 4$		$d_5^1 = 4$		$d_5^1 = 2$		$d_5^1 = 7$	
$\bar{d}^1$		3,2		2,2		1,6		6,2	
$s_{\bar{d}^1}^{(1)}$		1,10		0,86		2,34		1,56	
t_Φ		2,91		2,56		0,68		3,97	

Фиксировавшийся размах варьирования признаков показал репрезентативность выборки. Именно: ошибка репрезентативности выборочной средней выражается формулой (по выборке лекционных и практических занятий)

$$s_{\bar{x}}^{(i)} = \sqrt{\frac{\sum\limits_{j=1}^{n}\left(x_j^{(i)} - \bar{x}_m^{(i)}\right)^2}{n(n-1)}}, \quad (i,m = 1,2;\ n = 8),$$

а

$$C_s = \frac{s_{\bar{x}}}{\bar{x}} \cdot 100\% \qquad (Z)$$

показывает близость выборочной средней к генеральному параметру. Показатель C_s считается вполне удовлетворительным, если варьирует в пределах 3–5%.

Покажем, например, как были получены выборки из 8 вариантов для вертикальной графы "ТВ и МС" в таблице 4 (экспериментальная группа 1991/1992 уч.г.).

В 1991/1992 учебном году признак $x^{(1)}$ варьировал следующим образом:

начало	0,14	0,13	0,12	0,14	0,12	0,11	0,13	0,15	$\bar{x}_1^1 = 0,13;$
конец	0,15	0,16	0,19	0,20	0,21	0,19	0,18	0,16	$\bar{x}_2^1 = 0,18.$

Разница d^1 между средними показателями равна 0,05. Для определения репрезентативности выборки воспользуемся формулой (Z)

$$C_{s_m^1} = \frac{s_{\bar{x}_m^1}}{\bar{x}_m^1} \cdot 100\% \quad (m = 1,2).$$

Именно: $C_{s_1^1}$ =3,5%, $C_{s_2^1}$ =4,2%, что показывает репрезентативность выборки. Отметим, что показатель C_s варьировал в таблицах 3 и 4 в пределах от 2,5% до 4,4%.

Таким образом, для экспериментальной и контролирующей групп в ходе 5-летнего эксперимента чтения одинаковых лекционных курсов и проведения практических занятий при корреляции по годам средней успеваемости групп на начало эксперимента получено следующее варьирование разницы средних d_i^1 по годам для дисциплин "ТВ и МС" (с множителем 100):

эксперимент	5	6	7	6	7	$\bar{d}_э^1 = 6,2;$
контроль	1	2	2	2	1	$\bar{d}_k^1 = 1,6.$

Разница $\bar{d}^1 = \bar{d}_э^1 - \bar{d}_k^1$ между средними показателями равна 4,6. Для определения ошибки этой разницы предварительно рассчитаем

$$\sum_{i=1}^{5}(d_i^1 - \bar{d}^1)^2 = \sum_{i=1}^{5} d_i^2 - \frac{\left(\sum\limits_{i=1}^{5} d_i\right)^2}{5}.$$

Для $\bar{d}_э^1$ получим 2,8, для $\bar{d}_k^1$ – 1,2. Отсюда ошибка средней разности

$$s_{\bar{d}^1} = \sqrt{\frac{\bar{d}_э^1 + \bar{d}_k^1}{5 \cdot 4}} \approx 0,45$$

и

$$t_Ф = \frac{\bar{d}^1}{s_{\bar{d}^1}} \approx 10,2.$$

В таблице приближенных значений для 1% уровня значимости и числа степеней свободы $k = 8$ находим $t_{st} = 3,36$. Поскольку $t_Ф > t_{st}$, нулевая гипотеза H_0 опровергается на 1%-м уровне значимости ($P < 0,01$). Разница между средними величинами опыта и контроля оказалась достоверной.

Это свидетельствует о достоверности роста и формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач посредством интеоризации наглядного опыта.

Анализ становления приемов моделирования и вариативности решения математических задач на практических занятиях по ТВ и МС (признак $x^{(2)}$) показывает устойчивую положительную разницу между средними величинами в контрольной и экспериментальной группах $\bar{d}^2 = 3,7$, причем $t_Ф = 5,4 > t_{st} = 3,36$, так что разница между средними величинами статистически достоверна.

Таким образом, формирование творческой активности на уровне моделирования и вариативности решения математических задач становится достоверным педагогическим фактом.

II уровень. Динамика усвоения математического содержания (понятия, теоремы, доказательства, задачный материал и т.п.) в процессе изучения курса ТВ и МС (по экспериментальной методике стимулирования творческой активности студентов) в период с 1991-го по 1996 год прослеживается в таблице 5 для экспериментальной и контрольной групп.

Таблица 5

N	Средний балл усвоения учебного содержания (ТВ и МС)							
	Контрольная группа (% соотношение)				Экспериментальная группа (% соотношение)			
	k_1	Хороший	Прибл.	Плохой	k_1	Хороший	Прибл.	Плохой
1	0,520	70	12	18	0,760	81	14	5
2	0,540	71	12	17	0,800	82	16	2
3	0,410	60	21	19	0,730	74	25	1
4	0,340	62	10	28	0,690	83	3	14
5	0,330	41	51	8	0,620	69	24	7
6	0,370	50	37	13	0,520	70	12	18
$\bar{k}_1$	0,418	59	24	17	0,687	77	16	7
Факт.	205=120+49+36				223=172+36+15			

Средний балл уровня математического содержания по ТВ и МС определялся из анализа 6 контролирующих мероприятий в течение учебного года (тесты, контрольные работы, коллоквиумы) в продолжение 5 лет. Он рассчитывался по формуле

$$k_1 = \frac{1 \cdot A + 0 \cdot B - 1 \cdot C}{A + B + C},$$

где

A – число студентов, имевших хорошее представление о математическом содержании изучаемой темы, допустивших не более одной содержательной ошибки в 5 предложенных заданиях;

B – число студентов, имевших приблизительное представление о математическом содержании изучаемой темы, допустивших 2–3 содержательные ошибки;

C – число студентов, имевших плохое представление о математическом содержании изучаемой темы, допустивших более 3 существенных ошибок.

Соответствующие рейтинги для A, B, C будут 1, 0, -1.

Для доказательства статистической достоверности полученной разницы выборочных средних в таблице 5 используем критерий соответствия χ^2. При этом основанием также являлось примерное равенство исходных данных по экспериментальной и контрольной группам. Именно: средняя успеваемость за последние пять лет (по результатам летней сессии по дисциплинам МА, А, Г на начало эксперимента): контрольная группа – 3,586, экспериментальная группа – 3,592.

Значение критерия χ^2 вычисляется по формуле

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(p_i - p'_i)^2}{p'_i},$$

где

p_i – относительная частота экспериментального ряда;

p'_i – относительная частота контрольного ряда.
В нашем случае $m = 3$ и количество степеней свободы $k = (3-1)(2-1) = 2$. Статистические данные приведены в таблице 6.

Таблица 6

N	Частота $\bar{p}_э$	Частота $\bar{p}'_k$	Отн. частота $p_i\%$	Отн. частота $p'_i\%$	$(p_i - p'_i)^2$	$\frac{(p_i - p'_i)^2}{p'_i}$
1	172	120	77	59	324	5,49
2	36	49	16	24	64	2,67
3	15	36	7	17	100	5,88
	$\Sigma = 223$	$\Sigma = 205$	100%	100%	–	$\Sigma = 14,04$

Из таблицы для критических значений χ^2 для 1% уровня значимости и $k = 2$ найдем $\chi^2_{st} = 9,21$. Таким образом, из таблицы 6 получим $\chi^2_Ф = 14,04 > \chi^2_{st} = 9,21$, и нулевая гипотеза опровергается на высоком уровне значимости ($P < 0,01$). Это позволяет признать, что разница частот контрольного и экспериментального ряда является статистически достоверной.

Таким образом, экспериментальная методика изучения курса ТВ и МС, разработанная автором, приводит к реальному росту качества усвоения математического содержания дисциплины.

4. Внедрение результатов исследования в практику

Основные публикации автора – практические результаты исследования по данной проблеме. Главные из них:

– монография [1];

– пособия [2], [3], [4], [5], пособие [2] рекомендовано Министерством образования РФ в качестве учебного пособия для студентов педвузов;

– программа развития педагогического образования Ярославской области [31];

– девять статей в математической энциклопедии [6]–[9], [11]–[24];

– восемь статей в журнале "Математика в школе" и других периодических изданиях [30], [33]–[36], [38], [41], [42], [43].

Монография, пособия и статьи используются студентами и преподавателями педвузов по курсам методики преподавания математики, теории вероятностей, геометрии и математического анализа; в научно-исследовательской работе, а также исследователями проблем дидактики и методики преподавания математики.

Результаты исследования **доложены**:

– на X Всесоюзном симпозиуме по теории групп. – Гомель, октябрь 1986;

– на IX Всесоюзной геометрической конференции. – Кишинев, сентябрь 1988;

– на Всероссийском межвузовском семинаре "Интенсификация учебного процесса как средство профессиональной подготовки будущего учителя математики". – Ярославль, апрель 1990;

– на научной сессии Московского педагогического государственного университета им. В. И. Ленина. – М., апрель 1993;

– на XXIX научной конференции Российского университета Дружбы народов. – М., май 1993;

– На Всероссийском семинаре преподавателей математики педвузов "Проблемы двухступенчатой подготовки учителя математики в педвузах". – Липецк, сентябрь 1993;

– на семинаре преподавателей математики университета г. Дейтона. – Дейтон (США, штат Огайо), апрель 1994;

– на совместном заседании НМС по математике и физике "Проблемы гуманизации непрерывного физико-математического образования". – Волгоград, сентябрь 1995;

– на XIV Всероссийском семинаре преподавателей математики педагогических вузов "Проблемы стандарта подготовки учителей математики в педагогических вузах". – Орск, октябрь 1995;

– на открытых международных чтениях К. Д. Ушинского. – Ярославль, март 1996;

– на международной конференции "Взаимоотношения центра и регионов в России: политические, экономические, исторические и образовательные перспективы". – Ярославль, октябрь 1996;

– на XV Всероссийском семинаре преподавателей математики педвузов, посвященном 200-летию РГПУ им. А. И. Герцена "Гуманитарный

потенциал математического образования в школе и педвузе". – СПб., октябрь 1996;

– на Сибирской научной конференции "Проблемы развития творческого потенциала личности в системе педагогического образования". – Томск, ноябрь 1996;

– на общеинститутских научно-практических конференциях профессорско-преподавательского состава ЯГПИ и ЯГПУ им. К. Д. Ушинского ежегодно в 1986–1996 гг.

В 80-х – 90-х гг. с целью внедрения результатов исследования в практику использовано чтение лекций на курсах повышения квалификации учителей в Ярославском ИУУ (ИПК).

Заключение

Проведенное исследование показало действенность разработки методических основ формирования творческой активности студентов в процессе решения математических задач, отвечающих идеям гуманизации, целостности, системности и непрерывности педагогического образования. Проектирование ориентации на творческую деятельность мы рассматриваем как эффективный источник развития самого педагогического образования.

Методические основы формирования творческой активности студентов сформулированы в результате решения поставленных исследовательских задач.

1. Проблема обучения будущих педагогов в процессе решения математических задач рассматривается в теоретико-методологическом плане на уровне психолого-педагогического обоснования и в контексте конкретной образовательной технологии, адресованной к трем разделам математики.

2. Разработанный понятийный аппарат позволил адекватно описать на методологическом уровне целостное построение основ творческой активности в системе подготовки учителя нового типа, которое рассматривается в работе в аспекте целей, содержания и процесса и предполагает:

– осознание педагогической деятельности как творчества;

– постоянное творческое профессионально-личностное самообразование и самовоспитание педагога;

– построение творческого мышления педагогического процесса в соответствии с логикой.

3. В исследовании раскрыта взаимообусловленность индивидуальных особенностей творчества, творческой и исполнительской деятельности студентов, роли эвристики в творческом становлении личности в ходе решения математических задач.

4. Впервые в России создана и реализована на физико-математическом факультете ЯГПУ им. К. Д. Ушинского новая методика преподавания курса "Теория вероятностей и математическая статистика" с систематическим использованием графов.

Установлено, что предложенная методика способствует развитию творческой активности студентов и более эффективному усвоению ими математического содержания предмета. Осуществлена технологизация математического моделирования вероятностных процессов путем использования наглядных моделей теории графов. В процессе решения вероятностных задач у студентов формируется способность к преобразованию объекта как важная компонента эвристической деятельности.

Разработан алгоритм педагогических действий, направленных на решение новых принципиальных задач, составляющих нестандартную систему знаний. Предложена технология вариативного и образно-наглядного обучения математике, которая позволяет непосредственно воздействовать на интеллектуальную, эмоциональную, волевую, предметно-практические сферы развития человека. Реализация этих задач осуществляется при помощи определенных средств и условий, с помощью которых создаются предпосылки для проявления творческой активности, проводится ее коррекция, формируются и закрепляются мотивы творчества.

Предложенный подход к преподаванию математики актуализирует гуманитарную, психолого-педагогическую и профессиональную подготовку будущего специалиста.

5. Доказано, что формирование творческой активности студентов будет осуществляться более успешно, если обеспечить последовательное включение их в решение математических задач на основе применения комплекса дидактических эвристических приемов.

6. Проверка фундаментальных положений, сформулированных автором, осуществлялась на основе систематизации, обобщения материалов

исследования, разработки и внедрения в учебный процесс принципиально новых методик преподавания математики для гуманитарных специальностей и курсов "Основания геометрии", "Теория вероятностей и математическая статистика", "Статистические методы в педагогике и психологии".

Список публикаций автора по теме диссертации

1. Формирование творческой активности студентов в процессе решения математических задач: Монография. Ярославль: ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 1996. – 168 с. – 10,5 п.л.
2. Теория вероятностей в примерах и задачах: Учебное пособие. – Ярославль, 1994. – 123 с. – 7,8 п.л.
3. Введение в теорию вероятностей: Учебно-методическое пособие. – Ярославль, 1990. – 25 с. – 1,6 п.л.
4. Конечные геометрии // Задачи по объединенному курсу геометрии. – Ярославль, 1992. – Ч.VI. – С. 65–87. – 1,4 п.л.
5. Случайные величины: Учебно-методическое пособие. – Ярославль, 1993. – 38 с. – 2,4 п.л.
6. Мебиуса плоскость // Матем. энц. – М., 1982. – Т. 3. – С. 630–631. – 0,2 п.л.
7. То же на англ. языке. Mobius plane // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1990. – V. 6. – P. 265. – 0,2 п.л.
8. Овоид // Матем. энц. – М., 1982. – Т. 3. – С. 1153. – 0,1 п.л.
9. То же на англ. языке. Ovoid // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1991. – V. 7. – P. 53. – 0,1 п.л.
10. Система научно-исследовательской работы студентов: Учебно-методическое пособие. – Ярославль, 1982. – 60 с. (соавтор В. В. Карпов). – 2 п.л.
11. Проективная плоскость // Матем. энц. – М., 1984. – Т. 4. – С. 668–670. – 0,3 п.л.
12. То же на англ. языке. Projective plane // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1991. – V. 7. – P. 336–338. – 0,3 п.л.

13. Проективная прямая // Матем. энц. – М., 1984. – Т. 4. – С. 671. – 0,1 п.л.

14. То же на англ. языке. Projective straight line // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1991. – V. 7. – P. 342. – 0,1 п.л.

15. Проективное пространство // Матем. энц. – М., 1984. – Т. 4. – С. 679–680. – 0,3 п.л.

16. То же на англ. языке. Projective space // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1991. – V. 7. – P. 340–341. – 0,3 п.л.

17. Прямая // Матем. энц. – М., 1984. – Т. 4. – С. 721–722 (соавтор Л. А. Сидоров). – 0,1 п.л.

18. То же на англ. языке. Line // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1989. – V. 4. – P. 137. – 0,1 п.л.

19. Плоскость // Матем. энц. – М., 1984. – Т. 4. – С. 318–319 (соавтор Л. А. Сидоров). – 0,1 п.л.

20. То же на англ. языке. Plane // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1991. – V. 7. – P. 165. – 0,1 п.л.

21. Частичная геометрия // Матем. энц. – М., 1985. – Т. 5. – С. 831. – 0,1 п.л.

22. То же на англ. языке. Partial geometry // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1991. – V. 7. – P. 97. – 0,1 п.л.

23. Шапка // Матем. энц. – М., 1985. – Т. 5. – С. 881. – 0,1 п.л.

24. То же на англ. языке. Cap // Encyclopaedia of Math. – Kluwer academic Publishers, 1988. – V. 2. – P. 14. – 0,1 п.л.

25. Геометрия групп Матье // Тезисы выступления на X Всесоюзном симпозиуме по теории групп. – Гомель, 1986. – С. 10. – 0,1 п.л.

26. Образы симметрии геометрии групп Матье // Тезисы сообщения на IX Всесоюзной геометрической конференции. – Кишинев, 1988. – С. 23–24. – 0,1 п.л.

27. Использование конечных геометрий в преподавании курса оснований геометрии // Тезисы выступления на VI Всероссийском семинаре "Интенсификация учебного процесса как средство профессиональной подготовки будущего учителя математики". – Ярославль, 1990. – С. 111. – 0,1 п.л.

28. Вероятность и числовые ряды // Тезисы выступления на XXIX научной конференции Рос. Университета Дружбы народов. – М., 1993. – С. 23. – 0,1 п.л.

29. О месте теории вероятностей в преподавании математики // Тезисы выступления на Всероссийском семинаре "Проблемы двухступенчатой подготовки учителя математики в педвузах". – Липецк, 1993. – С. 150. – 0,1 п.л.

30. Сотрудничество педагогического института с органами народного образования и местного самоуправления (из опыта Ярославской обл.) // Педагогическое образование без отрыва от производства. – М., 1994. – N 4. – С. 41–46 (соавтор В. И. Рыбакова). – 0,2 п.л.

31. Программа развития педагогического образования Ярославской области / Сост. В. И. Рыбакова, В. В. Афанасьев и др. – Ярославль, 1994. – 0,2 п.л.

32. О стандарте по теории вероятностей и математической статистике // Тезисы выступления на XIV Всероссийском семинаре "Проблемы стандарта подготовки учителей математики в педвузах". – Орск, 1995. – С. 152. – 0,1 п.л.

33. Вероятностные и геометрические интерпретации процесса суммирования некоторых числовых рядов // Непрерывное педагогическое образование. Вып. VIII, РГПУ; УМО ОППО; ЯГПУ. – Ярославль, 1995. – С. 12–25. – 0,9 п.л.

34. Введение // Непрерывное педагогическое образование. Вып. VIII, РГПУ; УМО ОППО; ЯГПУ. – Ярославль, 1995. – С. 3–7 (соавтор Е. И. Смирнов). – 0,2 п.л.

35. То же на англ. языке. Preface // Непрерывное педагогическое образование. Вып. VIII, РГПУ; УМО ОППО; ЯГПУ. – Ярославль, 1995. – С. 8–11 (соавтор Е. И. Смирнов). – 0,2 п.л.

36. Геометрические интерпретации процесса суммирования числовых рядов // Математика в школе. – 1995. – N 6. – С. 65–67. – 0,4 п.л.

37. Вероятностные модели некоторых психологических состояний // Тезисы выступления на XV Всероссийском семинаре, посвященном 200-летию РГПУ им. А. И. Герцена, "Гуманитарный потенциал матема-

тического образования в школе и педвузе". – СПб., 1996. – С. 108–109. – 0,1 п.л.

38. Продолжение теоремы Пифагора // Ярославский педагогический вестник. – 1996. – N 2. – С. 76–78. – 0,4 п.л.

39. Измерение площадей и суммирование числовых рядов // Тезисы выступления на Сибирской научной конференции "Проблемы развития творческого потенциала личности в системе педагогического образования". – Томск, 1996. – С. 99–100. – 0,1 п.л.

40. Измерение площадей и вычисление конечных сумм // Тезисы выступления на Сибирской научной конференции "Проблемы развития творческого потенциала личности в системе педагогического образования". – Томск, 1996. – С. 97–99. – 0,2 п.л.

41. Традиции и направленность ушинсковедения в Ярославском педагогическом университете // Развитие личности и формирование индивидуальности: Сб. материалов открытых международных чтений, посвященных К. Д. Ушинскому. Ярославль: ЯГПУ им. К. Д. Ушинского, 1996. – С. 14–19. – 0,4 п.л.

42. Экспериментальное исследование творческой активности студентов в процессе обучения математике // Ярославский педагогический вестник. – 1996. – N 3. (Соавтор Е. И. Смирнов) – 0,3 п.л.

43. Геометрические интерпретации некоторых конечных сумм // Математика в школе. – 1997. – N 1. – С. 86–87. – 0,4 п.л.

44. Развитие творческой активности студентов // Тезисы выступления на межвузовской научно-методической конференции. – Ярославль. – 1997. – С. 13. – 0,1 п.л.

Оглавление

Афанасьев Владимир Васильевич
МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ТВОРЧЕСКОЙ АКТИВНОСТИ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕССЕ РЕШЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ
Диссертация
в виде научного доклада на соискание ученой степени
доктора педагогических наук

Редактор Л. К. Шереметьева
Технический редактор Т. Л. Трошина
Подписано к печати 14.03.97.

Формат $60 \times 84\frac{1}{16}$	Бумага тип. N 1
Усл. печ. л. 3,8	Уч.-изд. л. 3,7
Заказ 140	Тираж 100

Ярославский государственный педагогический университет
150000, Ярославль, ул. Республиканская, 108.

Типография Ярославского государственного педагогического университета
150000, Ярославль, Которосльная наб., 44.