Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор по учебной работе
_____________ В.А. Власов
«___» _______________ 2005 г.

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«ЕДИНАЯ МАТЕМАТИКА В ЗАДАЧАХ»

Специальность **032100 « МАТЕМАТИКА»**

Утверждена на заседании кафедры
математического анализа
Протокол № __ от __________ 2005

Зав. кафедрой мат. анализа
____________проф. Е.И. Смирнов

Ярославль 2006

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.

В последние десятилетия социально-экономические отношения в России претерпевают значительные изменения. Человек получил больше возможностей для реализации своих способностей, самовыражения и самоактуализации, стал более открытым для общения и выбора жизненных ситуаций. Подрастающее поколение стало более нетерпимым к проявлениям догматизма, отсутствию гибкости в обучающих воздействиях, стало более прагматично и осознанно оценивать перспективы своей будущей жизни. В этих условиях возрастает роль учителя как источника (по Р.Бэкону) знаний, опыта и идеала для подражания (авторитета). Реализация этих качеств возможна при овладении учителем целым рядом профессиональных компетенций: предметных, методических, психолого-педагогических, управленческих и др. В то же время учитель-предметник должен обладать высоким уровнем профессиональной культуры, оставаясь открытым для свободного общения вне рамок профессионального взаимодействия (например, учитель математики с коллегами-учителями гуманитарных предметов), но в рамках научной области. Это может быть и профессиональная помощь в решении естественно-научных задач, и популяризация научного знания, и актуализация значимости своего предмета в структуре научных знаний. Для школьника в этом направлении особенно важно показать единство учебного предмета (математики), его генезис, исходя из практических потребностей человека, красоту и гармонию математического знания, его существенное влияние на прогресс и комфортное развитие человечества. В то же время школьнику надо дать возможность почувствовать и освоить технологию наглядного моделирования устойчивых базисных блоков математического знания, воспроизводимых и значимых в формировании мотивационной сферы, опыта личности, творческой активности.

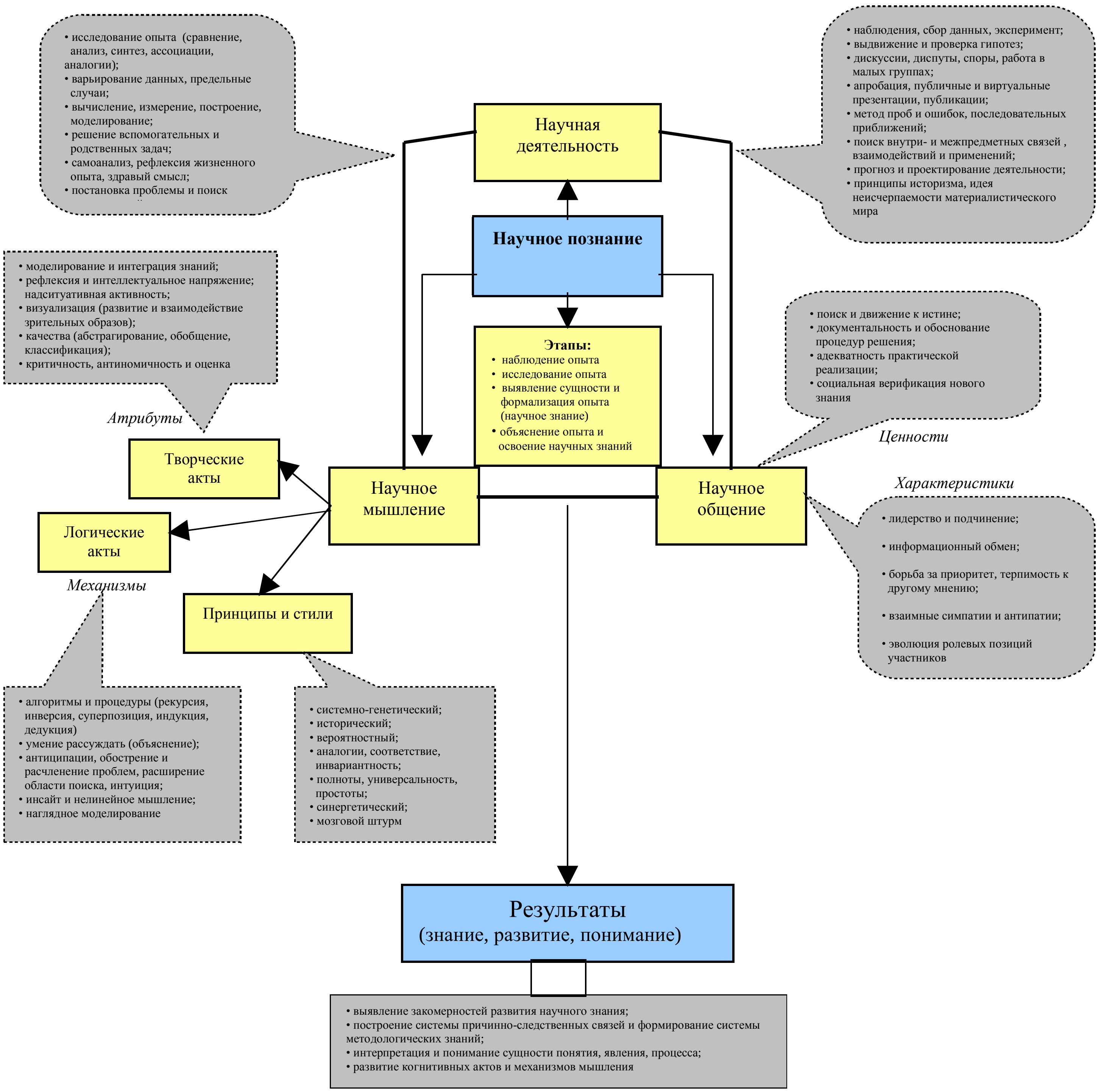
В плане профессиональной подготовки учителя это - задача формирования методологической компетентности учителя математики, знания генезиса и единства математического знания. Будущий учитель математики должен освоить единство математического знания не только с методологических, философских и теоретических позиций, но и технологически осмыслить серию конкретных проблем математики, решаемых комплексом математических методов различных дисциплин. При этом реально фиксируется прикладная сторона проблемы, подчеркиваются эвристические моменты и эстетическая красота математических действий. Немаловажную роль играет доступность и воспроизводимость математического материала, возможность для обучаемого интериоризировать полученные знания.

Выявление интегративного единства математики как науки и как педагогической задачи невозможно без содержательного и процессуального анализа научного познания – деятельности, направленной на производство и воспроизводство объективно истинного знания и требующей соответствующего мышления для своего осуществления. Выявление, возникновение и понимание науки в ее целостном виде на основе актуализации базовых интегративных связей становится важным методологическим аспектом анализа генезиса научного мышления и научной деятельности. В научном познании мыслительные действия направлены на исследование глубинной сущности реального мира, связей и отношений его вещей и процессов, законов его существования и развития.

Генезис, структура и характеристика глубинного научного познания представлены на рис. 1.

Рис. 1.

Генезис научного познания



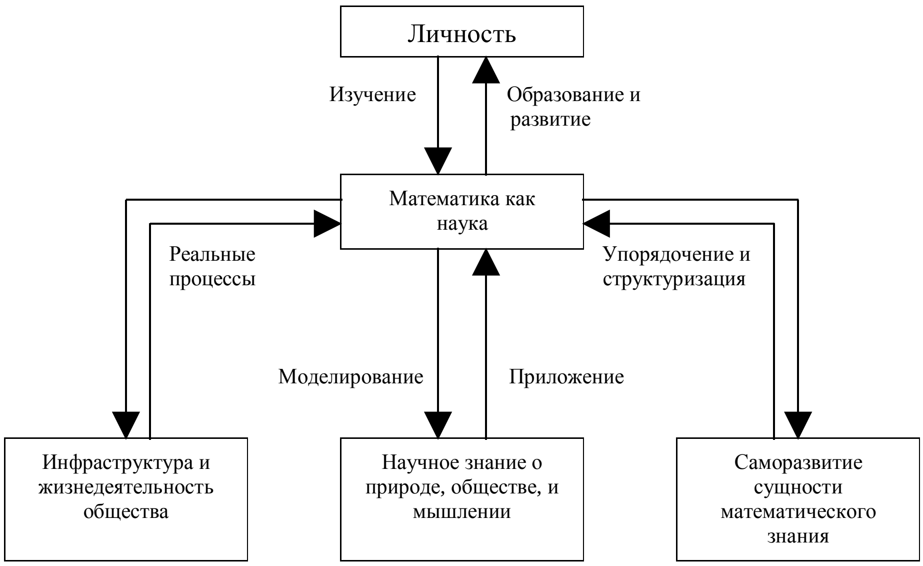
Выявление характеристик научного познания, тенденции и генезис его развития, ассоциации с профессиональной деятельностью ученого проектирует анализ исследовательского поведения в обучении, поисковую и творческую активность школьников и их механизмы, важность исследовательского поведения в плане когнитивного и социального развития, и, прежде всего, саморазвития и самоактуализации личности.

«Исследовательскую деятельность следует рассматривать как особый вид интеллектуально-творческой деятельности, порождаемой в результате функционирования механизмов поисковой активности и строящейся на базе исследовательского поведения. Но если поисковая активность определяется лишь наличием самого факта поиска в условиях неопределенной ситуации, а исследовательское поведение описывает преимущественно внешний контекст функционирования субъекта в этой ситуации, то исследовательская деятельность характеризует саму структуру этого функционирования. Она логически включает в себя мотивирующие факторы (поисковую активность) исследовательского поведения и механизм его осуществления». [1] При этом психологи традиционно понимают поисковую активность как активность, направленную на изменение ситуации или на изменение самого субъекта, его отношение к ситуации при отсутствии определенного прогноза желательных результатов такой активности.

В настоящий период усиливается роль математики как средства гуманизации образования и социализации личности в современном обществе. Более того, математика все больше рассматривается как гуманитарная (общекультурная), а не естественно-научная дисциплина. Продуктивность мышления и восприятия, развитие предметной речи, логическая полноценность аргументации, развитие умственных способностей могут быть реальным результатом математического образования при условии его разумной организации.

Социально-культурная роль математики в виде схемы представлена на рис.2.

Рис. 2.



[1] Савенков А.И.. Психологические основы исследовательского подхода к обучению: Учебное пособие.- М., «Ось-89», 2006. 480 с., стр. 47.

Потребности общества в математическом образовании граждан сильно изменились за последние десятилетия. С одной стороны, теория игр, искусственный интеллект, стохастика, теория информации и другие области новейшего математического знания становятся все более доступными для массового исследователя, все более значимыми в практическом приложении, но фактически они еще не представлены в математическом образовании школьника.

С другой стороны, именно эти новые знания дают мощный мотивационный заряд к изучению математических дисциплин; как следствие, повышается интерес к профессии учителя математики, поскольку математическое образование способствует развитию теоретического мышления (сравнение, эвристика, аналогия, интуиция, анализ. Синтез и т.п.), его отличают доминирование логической схемы рассуждений, лаконизм, четкая распределенность хода рассуждений, умение выделить главное, способность к обобщению, анализу, синтезу. Не случайно известный математик и педагог А.Я. Хинчин считал, что высокий уровень математического мышления является необходимым элементом общей культуры человека.[1]

Математика, являясь дисциплиной естественно-научного цикла, не только способствует появлению нового знания о природе, обществе и человеке, но и находит в других науках реальные стимулы для своего развития. Так, развитие теории локально выпуклых пространств в функциональном анализе стимулировалось физическими проблемами квантовой электродинамики и задачами нахождения обобщенных решений уравнений математической физики, теория неограниченных операторов в банаховом пространстве – проблемами квантовой механики, тензорный анализ – проблемами механики упругих сред, теория функций многих комплексных переменных – проблемами квантовой теории поля и т.п.

Все более усиливающаяся тенденция к фундаментализации математического знания связана именно с интенсивным применением математических методов в других науках (в том числе гуманитарных), часть из которых непосредственно влияет на жизнедеятельность и социализацию личности в современном мире.

Математических аппарат предназначен и для описания целостных систем, функционирующих в реальном мире; он описывает их структуру и динамику, статику и интегральные характеристики. В то же время математические понятия, теоремы, алгоритмы, доказательства и т.п., будучи объектами педагогического процесса обучения математике, должны приобретать свойства и характеристики целостности как основы сохранения, обработки и переноса информации новому поколению.

В нынешних условиях, когда математические методы находят широкое применение не только в естествознании, технике и смежных науках, но и в экономике, то непременно должно быть отражено в программах школьного и вузовского математического образования, важной является также проблема более активного включения психофизиологических механизмов целостного восприятия информации обучаемым, развития его математических способностей, мышления и культуры.

Интеграционные процессы в математике. В современной науке наблюдается также усиление интегрирующей роли математики. Действительно, математический аппарат и математические методы могут быть использованы при изучении качественно различных фрагментов действительности. Это возможно прежде всего потому, что объективно существуют общность, связь, единство между различными областями действительности, которые можно описать с помощью одних и тех же уравнений. Тот факт, что одна и та же математическая теория может быть интерпретирована на объектах качественно различной природы. говорит об Общности этих объектов по крайней мере в количественном отношении. Широкое, в принципе неограниченное применение математики свидетельствует об общности и соответствующих областей природы,

[1] Хинчин А.Я. Педагогические статьи. М., 1963. 204 стр.

способствует раскрытию их единства и тем самым указывает новые пути интеграции знания.

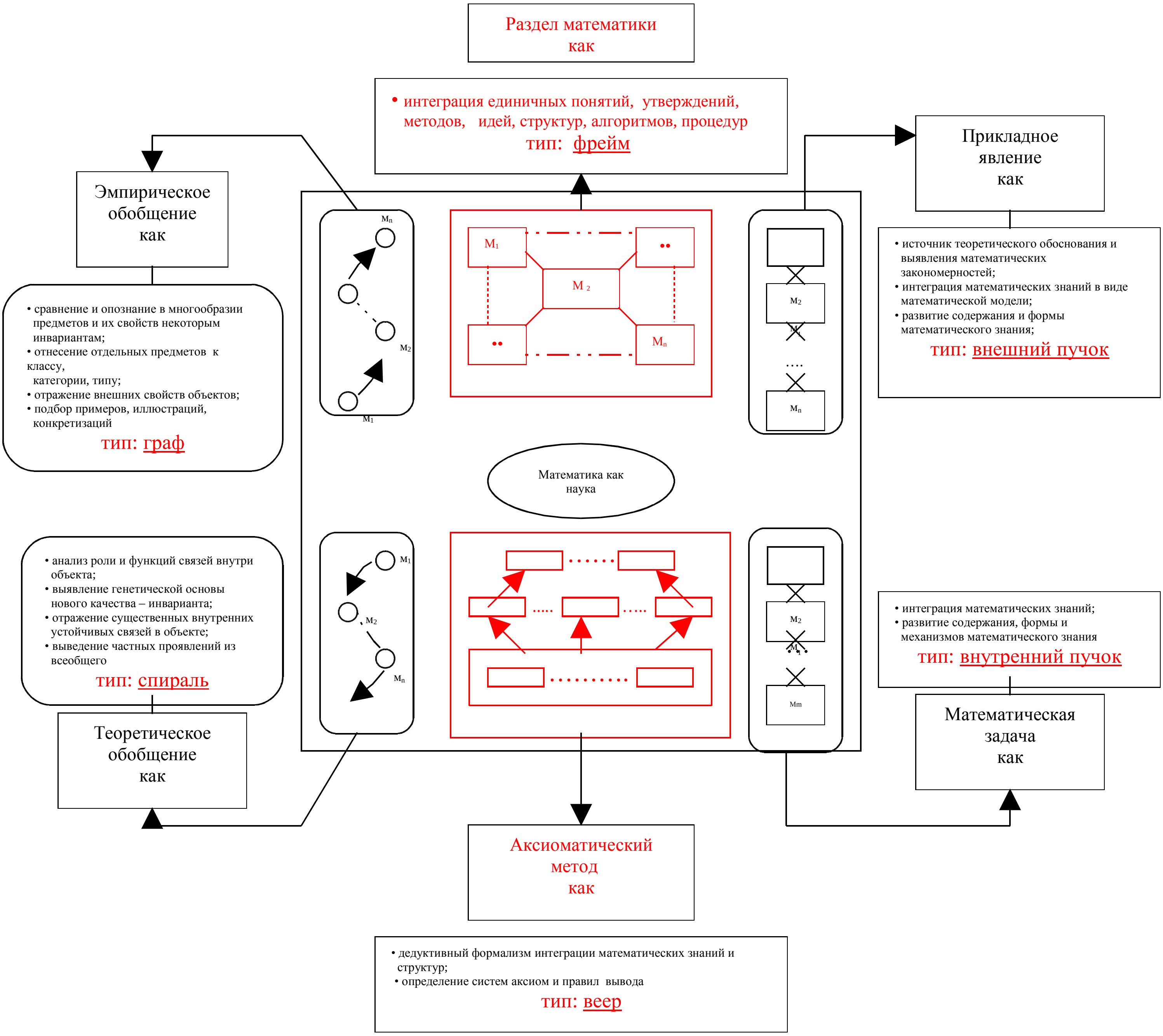
Говоря об интегрирующей роли математики в современной науке, необходимо сделать одно принципиально важное замечание. Любой объект действительности обладает и качественными и количественными характеристиками. Качественная и количественная определенность объекта находятся в единстве в рамках конкретной меры: с изменением качества изменяется количественная определенность, а изменение количественной определенности неизбежно приводит к качественным изменениям. Одна мера сменяет другую. Определенность в смене мер фиксируется в виде закона, поэтому любой закон всегда предполагает и качественную и количественную характеристики.

Современный этап развития науки характеризуется усилением и углублением взаимодействия отдельных её отраслей, формированием новых форм и средств исследования, в т.ч. математизацией и компьютеризацией познавательного процесса. Распространение понятий и принципов математики в различные сферы научного познания оказывает существенное влияние как на эффективность специальных исследований, так и на развитие самой математики. В процессе познания действительности математика играет все возрастающую роль. Сегодня нет такой области знаний, где в той или иной степени не использовались бы математические понятия и методы. Проблемы, решение которых раньше считалось невозможным, успешно решаются благодаря применению математики, тем самым расширяются возможности научного познания. Современная математика объединяет весьма различные области знания в единую систему. Этот процесс синтеза наук, осуществляемый на лоне математизации, находит свое отражение и в динамике понятийного аппарата. Так, применение математики в механике, астрономии, физике и в других областях естествознания, с одной стороны, способствовало проникновению в научный аппарат указанных областей знания таких понятий, как число, функция, производная, дифференциал, интеграл, структура, система и т.д., с другой – привело к формирования дифференциального интегрального исчисления, теории вероятности, теории множеств и целого ряда других направлений математики. Использование математики в биологических и особенно гуманитарных науках содействовало образованию необычных для классической математики понятий качество, расплывчатое множество, функция принадлежности, отображение, бинарное отношение, алгебраические операции и др. Способы и методы математического мышления наделены потенциальными синтетическими возможностями М.Г.Чепиков пишет: «Математизация – один из самых древних путей синтеза научных знаний, поскольку она обеспечивала и обеспечивает на основе общности математических понятий общность научных принципов, законов, воззрений».[1] Эвристическое взаимодействие качественных и количественных, содержательных и формальных методов исследования составляет объективную основу математизации научного знания. В этом процессе материалистическая диалектика выступает как методологическая основа математизации всего научного знания, его интеграции. Актуализация этих интеграционных процессов придает математической науке целостный характер и внутреннее единство идей, методов, понятий и теорем, алгоритмов и процедур.

[1] Чепиков М.Г. Интеграция в науке. М., 1981.

Рис. 3.

Интеграционные процессы в математике как науке.



В целом, математизация процесса познания становится определяющим фактором того, что и сама математика подвергается глубоким структурным изменениям. В этом плане развитие математики, образование общенаучных понятий, наметившуюся тенденцию к всестороннему отображению объектов природной и социальной действительности, следует рассматривать в контексте с единым тотальным процессом синтеза научного знания, являющимся отображением единства материального мира.

Актуальность рассмотрения этих вопросов подтверждается ведущим положением математики как среди фундаментальных, так и среди прикладных наук (что находит свое яркое проявление в их интенсивной математизации); с другой стороны, - объективной сложностью усвоения математического содержания, обусловленной прежде всего многоступенчатым характером математических абстракций; в-третьих,- необходимостью формирования в ходе учебного процесса психолого-педагогической системы проектируемой учебно-профессиональной деятельности будущего учителя.

Приемы математической интеграции знаний. Развитие математики, появление новых математических знаний и методов определяется целым рядом приемов творческого исследования в математике (аналогии, инверсии, принцип декомпозиции, принцип суперпозиции и др.[1], важную роль в которых играют приемы творчества, приводящие к интеграции естественно-научных знаний.

Первым здесь следует назвать ***прием теоретического обобщения***. Как пишет В.В. Давыдов: «При обобщении, с одной стороны, происходит поиск и обозначение словом некоторого инварианта в многообразии предметов и их свойств, с другой – опознание предметов данного многообразия с помощью выделенного инварианта».[2] Поиск устойчивых, повторяющихся связей у некоторого множества сходных математических объектов на основе выделения сравнительных качеств позволяет спроектировать новый объект (или «квазиновый» в учебной деятельности, связанный с формированием понятий и базовых утверждений) в математике, при этом происходит интеграция сходных математических объектов в единое целое в свете выделенного инварианта. Существенным является то, что появление нового приводит не просто к расширению знаний и уточнению понятий, а к определенной перестройке содержания математики, появлению нового теоретического знания. «Так, одним их характерных признаков теоретического мышления служит такой анализ, который, будучи выполняемым на каком-либо конкретном событии или на одной задаче, вместе с тем вскрывает внутреннюю связь, лежащую в основе многих частных проявлений этого события или этой задачи»[3] - эти слова известного психолога В.В. Давыдова определяют суть отличия теоретического мышления от рассудочно-эмпирического. С.Л. Рубинштейн различал эмпирическое и теоретическое обобщение как основу разных уровней мышления. Первое – результат сравнения и выделения сходного, внешне одинакового в вещах. Второе – продукт особого анализа и абстракции, связанных с преобразованием исходных чувственных данных с целью обнаружения и выделения их сущности.[4]

Наиболее ярко это прослеживается на генезисе развития понятия производной. Геометрические построения в духе античных математиков, механические соображения, применение аналитической геометрии Декарта, инфинитезимальные методы вызвали к жизни (гениями И. Ньютона и Г.В. Лейбница) создание основ дифференциального исчисления в XVII веке. Понятие производной, лежащее в основе понятия касательной, относится к синтетическим понятиям, т.е. в своем содержании и форме является обобщением разнообразных частных проявлений эмпирических понятий и явлений; с другой стороны, понятие производной содержит в себе инвариантные характеристики высокого уровня обобщенности.

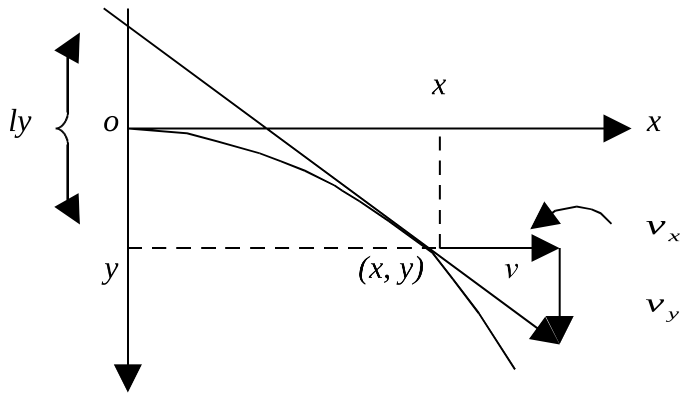
Уже Диофант владел способом определения углового коэффициента касательной к алгебраической кривой. Этот алгебраический метод состоит в следующем.

► **Метод касательных Г. Галилея – Ж. Роберваля.**

Для построения касательной к параболе (рис. 4) Галилей пользовался предположением, что направление скорости движения тела и касательной в каждой точке траектории движения совпадают. Пусть тело падает из точки О под действием силы тяжести v_y и постоянной по модулю горизонтальной скоростью v_x

[1] Полищук Д.Ф. Техническое творчество в механике. Системно-операторная механика. Ижевск: Изд-во Удм. университета, 1993. 230 с.
[2] Давыдов В.В. Виды обобщений в обучении. М., 1972. 423 с., 16 стр.
[3] там же, стр. 212.
[4] Рубинштейн С.Л. О мышлении и путях его исследования. М., 1958. 147 с.

Рис. 4.



Галилей, разложив вектор скорости тела v в точке (x, y) траектории движения на горизонтальную v_x и вертикальную v_y составляющие и пользуясь указанным предположением, приходит к пропорции

$$\frac{l_y}{x} = \frac{v_y}{v_x}$$

откуда

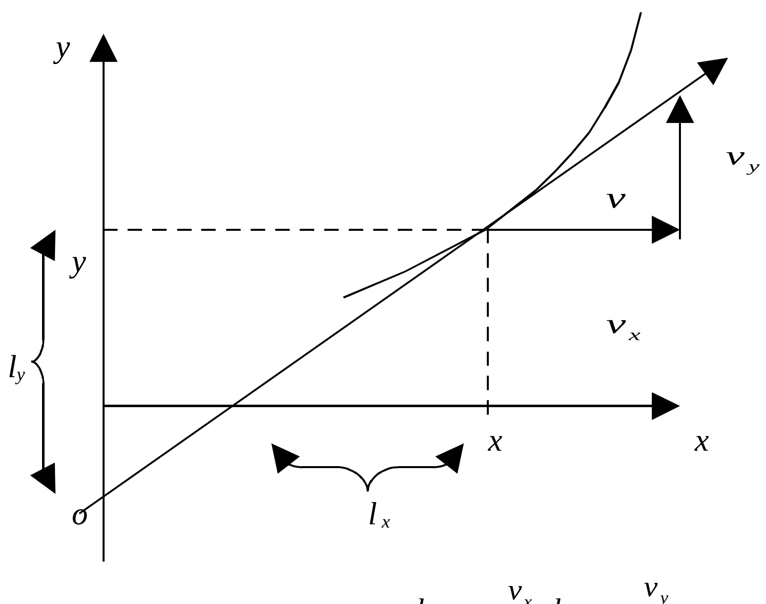
$$l_y = \frac{x \cdot v_y}{v_x} = \frac{v_x \cdot t \cdot gt}{v_x} = gt^2$$

или

$$l_y = 2_y$$

Систематическое изложение этого метода дал Роберваль (рис. 5).

Рис. 5.



$$\frac{l_x}{y} = \frac{v_x}{v_y}, \frac{l_y}{x} = \frac{v_y}{v_x}$$

откуда $$l_x = y \cdot \frac{v_x}{v_y}, l_y = x \cdot \frac{v_y}{v_x}$$

► **<u>Метод нормалей и касательных Р. Декарта</u>**

Для того, чтобы провести нормаль или касательную к алгебраической кривой $y = P(x)$ в точке (a, b) (рис. 6) Декарт предложил построить окружность с центром в точке c на оси Ox, касающуюся данной кривой в точке (a, b). Уравнение этой окружности имеет вид

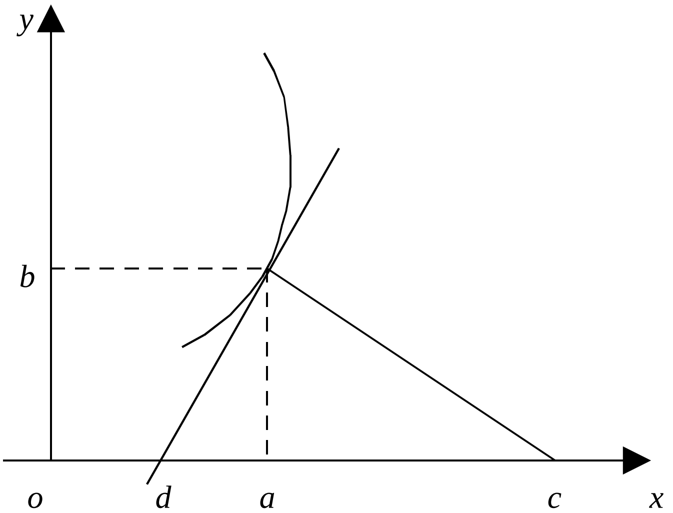
$$(x-c)^2 + y^2 = (a-c)^2 + b^2$$

Исключив "y" из системы уравнений

$$\begin{cases} y = P(x) \\ (x-c)^2 + y^2 = (c-a)^2 + b^2 \end{cases}$$

получим уравнение $Q(x) = 0$, а так как кривые касаются в точке (a, b), то $Q(x) = (x-a)^2 Rx$ и величина " C " находится из этого условия с помощью метода неопределенных коэффициентов. Отсюда из подобия треугольников легко найти и d – точку пересечения касательной с осью Ox :

Рис. 6.



Так, в случае параболы $y = x^2$ имеем:

$$Q(x) = x^4 + x^2 - 2cx - a^2 - b^2 + 2ac = (x-a)^2(px^2 + qx + r)$$

b приравняв коэффициенты при одинаковых степенях x, получим систему уравнений

x^4 : $1 = p$
x^3 : $0 = -2ap + q$
x^2 : $1 = r - 2aq + a^2p$
x^1 : $-2c = -2ar + a^2q$
x^0 : $-a^2 - b^2 + 2ac = a^2r$, $b = a^2$

откуда $p = 1$, $q = 2a$, $r = 1 + 3a^2$, $c = a + 2a^3$

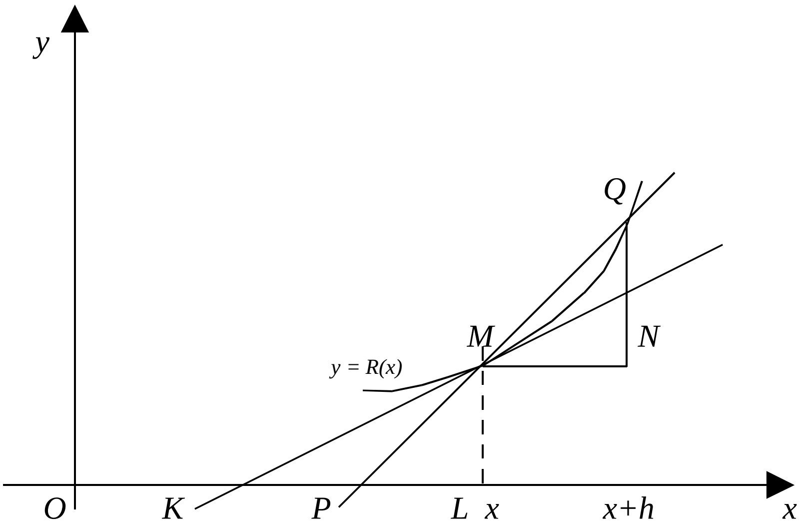
далее из пропорции $\dfrac{a-d}{b} = \dfrac{b}{c-a}$

находим $d = a - \dfrac{b^2}{c-a} = \dfrac{a}{2}$

► **<u>Метод касательных П.Ферма</u>**

Алгебраический метод Диофанта получил свое развитие в методе касательных Ферма. Понимая касательную как предельное положение секущей, Ферма определяет подкасательную KL (рис. 7)

Рис. 7.



из условия

$$KL = PL\big|_{h=0} = ML \cdot \frac{MN}{QN}\big|_{h=0} = R(x) \cdot \frac{h}{R(x+h) - R(x)}\big|_{h=0} = 0$$

Пользуясь методом Ферма найдем подкасательную к кривой $y = \frac{1-x}{x^2-5}$ в точке (2,1)

Имеем

$$KL = \frac{1-x}{x^2-5} \cdot \frac{h}{\frac{1-x-h}{(x+h)^2-5} - \frac{1-x}{x^2-5}}\Big|_{h=0} = \frac{1-x}{x^2-5} \cdot \frac{h[(x+h)^2-5]\cdot[x^2-5]}{5h+(x^2-2x)h+xh^2}\Big|_{h=0} = \frac{1-x}{x^2-5} \cdot \frac{x^2-5}{x^2-2x-5}$$

так что в точке (2,1) получим

$$KL = (1-x)\frac{x^2-5}{x^2-2x+5}\Big|_{x=2} = 1/5$$

Математика как педагогическая задача. В последние десятилетия математика как педагогическая задача испытывает беспрецедентное давление со стороны общественности как по поводу содержания обучения, так и относительно методов ее преподавания. Дело в том, что глубина формализации даже в естественных приложениях и следование внутренним закономерностям строения здания математики входят в противоречие с онтогенезом развития и социализации отдельного индивида, так и с потребностями общества по обеспечению своей жизнедеятельности. Поэтому обучение математике и содержание математического образования как в средней, так и в высшей школе должны пересматриваться в направлении большей визуализации, наглядного моделирования и раскрытия социального статуса математики на основе целенаправленного раскрытия структуры её внутренних и внешних взаимосвязей, актуализируя при этом интегральные конструкты как дидактические единицы.

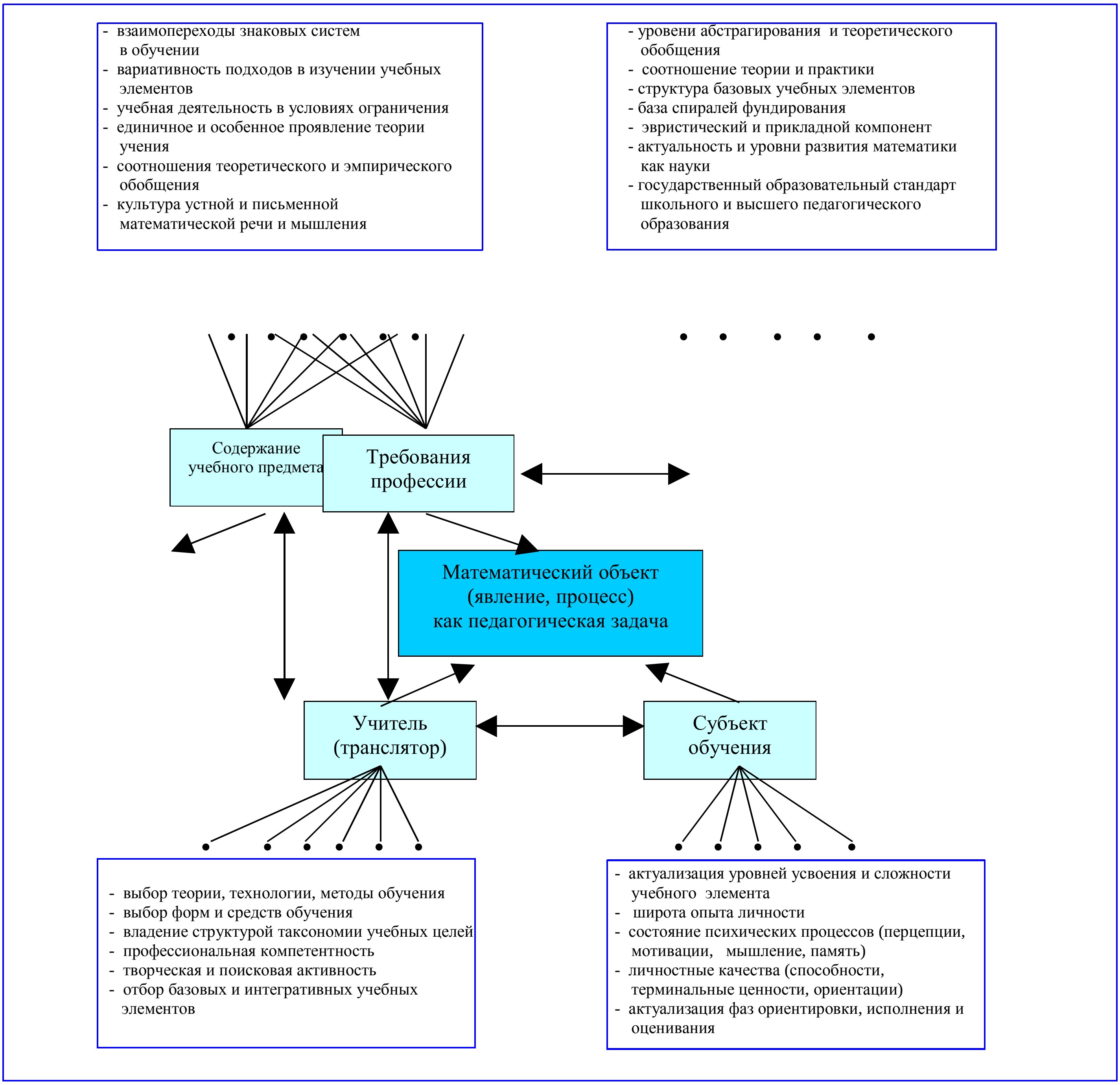
Основным средством, способствующим появлению новообразований, является моделирование как высшая форма знаково-символической деятельности, ведущая к появлению нового знания о природе и технологических процессах в производстве, о законах общественного развития и закономерностях мышления, восприятии и памяти человека. Будущий учитель математики должен не только освещать подобные вопросы, но и владеть особой структурой профессиональных умений и навыков оперирования с математическими объектами.

Рассмотрение генезиса учебного элемента как педагогической задачи (т.е. как объекта для усвоения другим субъектом в будущей учебной деятельности) требует учета не только своего ментального опыта, личностных характеристик и психолого-педагогических условий деятельности, но и системного анализа функционирования аналогичных подструктур будущего субъекта усвоения социального опыта в изменившихся педагогических условиях. К тому же целенаправленный процесс перехода социального опыта, накопленного предшествующими поколениями в содержании данного учебного предмета (объекты, явления и процессы), в опыт индивидуальный при активном поведении субъекта в процессе усвоения сопровождается необходимыми атрибутами когнитивного процесса: понимание, представление, локализация, целостность и др., вложенных в процесс профессионализации .

На следующем рисунке (см. рис.8). показаны структура и элементный состав факторов, влияющих на проектирование математического объекта (процесса, явления) как педагогической задачи.

Рис. 8.

Факторы и характеристики проектирования сущности математики как педагогической задачи



Рассматривая математику как педагогическую задачу, приходится сталкиваться с проблемами адекватного представления, различения, становления, устойчивости восприятия и воспроизведения математического знания и выявления специфических особенностей феномена математического мышления.

В последние десятилетия возникла принципиально новая ситуация, благоприятствующая реальным шагам к возрастанию интереса к математике, в том числе как педагогической задаче и эффективному средству развития интеллекта школьников и студентов. Этому способствовали следующие факторы:

- глубокая озабоченность учеников, родителей, педагогов содержанием математического образования и его влиянием на развитие личности;

- демократизация и гуманизация образовательных процессов в школе и вузе, выдвижение на первый план проблем личностного развития школьников, особенно в период формирования онтогенетических новообразований в мышлении;

- расширение информационных средств обеспечения учебного процесса: дисплейные классы, Internet, сервисные программные продукты, мультимедиа, дистанционное обучение и т.д.;

- интенсивное развитие методологических основ обеспечения педагогических процессов: психология и физиология человека, искусственный интеллект, инженерная психология и психология индивидуальной и совместной деятельности, теория управления и теория образовательных систем и т.д.

Как рассказать школьнику, что большая теорема Ферма, над которой триста лет бились лучшие умы человечества, доказана А.Вайлсом в 1995 году, а трисекция угла и квадратура круга невозможны с помощью циркуля и линейки? Как наиболее эффективно развить мыслительные операции ученика (логику, анализ, синтез, обобщение, конкретизации, аналогии и т.п.) в процессе обучения математике, которая объективно должна являться самым мощным развивающим средством (и чего не наблюдается в настоящее время)? Как должна быть отражена в обучении математики ее роль в жизнедеятельности общества и в развитии других наук, в том числе в обосновании космических полетов и безопасности воздушных перевозок? Как показать, что физика – мощный поддерживающий компонент жизнедеятельности и мировоззрения, который без знания и использования математики есть просто наблюдение и эксперимент, а психология без использования статистических методов обработки и анализа экспериментальных данных и моделирования психических процессов есть тенденция к внешней феноменологии и эмпиризму без вскрытия внутренних, сущностных механизмов психических процессов.

Будущий учитель математики должен не только освещать подобные вопросы, но и владеть особой структурой профессиональных умений и навыков оперирования с математическими объектами.

Особое место в современном образовании занимают информационные технологии: мультимедиа, дистанционное обучение, телекоммуникации, графические калькуляторы и т.п. Так, на Международном форуме по проблемам математического образования в Греции (Самос, 1998) в большинстве докладов, сообщений и круглых столов рассматривались вопросы внедрения информационных технологий в учебный процесс. Сотни университетов в мире (например, Американский консорциум дистанционного обучения, в состав которого входят 55 университетов) ведут информационный обмен образовательными программами через Интернет, осуществляя подготовку специалистов на основе дистанционного обучения (remote education):по последним данным, таких студентов уже сотни тысяч.

В этой связи необходимо четко расставить акценты относительно возможности профессиональной подготовки учителя: информационные технологии как средство обучения – да, информационные технологии как структурообразующий фактор педагогической системы – да, дистанционное обучение как парадигма в подготовке учителя, альтернативная личности преподавателя, - нет (по крайней мере, на данном этапе развития средств коммуникации и информационного обмена). В обоснование последнего положения приведем следующие аргументы:

- ♦ *неуправляемое становление приемов мыслительной деятельности*. Именно это фактор привел к неудовлетворительным результатам реализации идей программированного обучения (Э. Торндайк, Б. Скиннер, Н. Краудер и др.) в 1960-1970-х гг. Причиной неудач стал необоснованный перенос принципов научения животных на процесс обучения человека с его специфическими особенностями. Н.Ф Талызина объясняет неудачи скиннеровского подхода выбором неадекватной психологической теории;
- ♦ *отсутствие реального (а не интерактивного) взаимодействия учителя с учениками, между учениками,* вследствие чего исключается возможность активизации направленных и взаимообусловливающих полифункциональных факторов адекватного восприятия новой информации: перцептивных, мнемических, эмоциональных, волевых и т.п.;
- ♦ *нарушение целостности интериоризации* визуально-логического ряда перцептивных образов новой информации вследствие искусственного ограничения поля восприятия и динамики обращения с репертуаром кратковременной и долговременной памяти.

Все это относится к дистанционной и очной формам обучения в области профессионально-предметного блока подготовки учителя математики; естественно, что увеличение временных периодов для дистанционных форм обучения, создание специфических дидактических методов, совершенствование средств коммуникации, вероятно, смогут компенсировать отмеченные недостатки.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

Содержание учебной дисциплины « Единая математика в задачах» базируется на материале всех основных математических курсов (алгебры, математического анализа, геометрии, стохастики, математической логики), согласуясь с Государственным образовательным стандартом высшего педагогического образования по специальности 032100 «Математика». При этом учебно-познавательная деятельность студентов актуализируется на поиск, анализ , выявление механизмов и существенных интеграционных связей в математике на основе профессионально-ориентированного и исследовательского подхода. Познавательная деятельность студентов связана с формированием ключевых профессиональных компетенций будущего учителя математики в таких направлениях как : проектный метод исследования, метод опережающего отражения при проведении практических занятий, освоение приемов организации работы в малых группах учащихся, формирование устойчивой мотивации к изучению математики. В основе учебной дисциплины лежит исследование интегративных связей в математике в контексте рассмотрения так называемых интегративных задач (генезис, содержание, анализ, применение, оценка, презентация), выбор которых осуществляется выявлением обоснованных критериев.

Изложение учебного материала сопровождается поисковой и творческой активностью студентов в направлении профессионализации, обогащении опыта и развития личностных качеств будущего учителя математики.

Цели учебного курса:

- ♦ расширить объем профессионально-ориентированных математических знаний на основе активизации интеграционных связей в математике разных уровней (в том числе школьного знания) и использования информационных технологий;

- ♦ актуализировать базовые математические методы исследования реального мира: моделирование, аксиоматический метод, содержательного обобщения, аналогии, инверсии и др. – на основе генетического подхода;
- ♦ практиковать исследовательский метод в освоении содержания учебного курса, включая основные этапы научного познания: наблюдение опыта, исследование опыта, моделирование и объяснение опыта, презентация, анализ и оценка полученных результатов;
- ♦ показать будущему учителю значимость, красоту и единство математики как науки, включая интеграционные взаимодействия понятий, теорем, методов, идей, алгоритмов и процедур различных дисциплин: алгебры, геометрии, математического анализа, стохастики, математической логики, - на различных уровнях и интеграции математических знаний;
- ♦ развить навыки и приемы, творческие и логические акты, принципы и стили научного мышления и научного общения в совместной деятельности студентов в малых группах на основе актуализации интеграционных связей в математике: индукция, дедукция, инсайт, аналогии, инверсия и антиципации.

Задачи учебного курса:

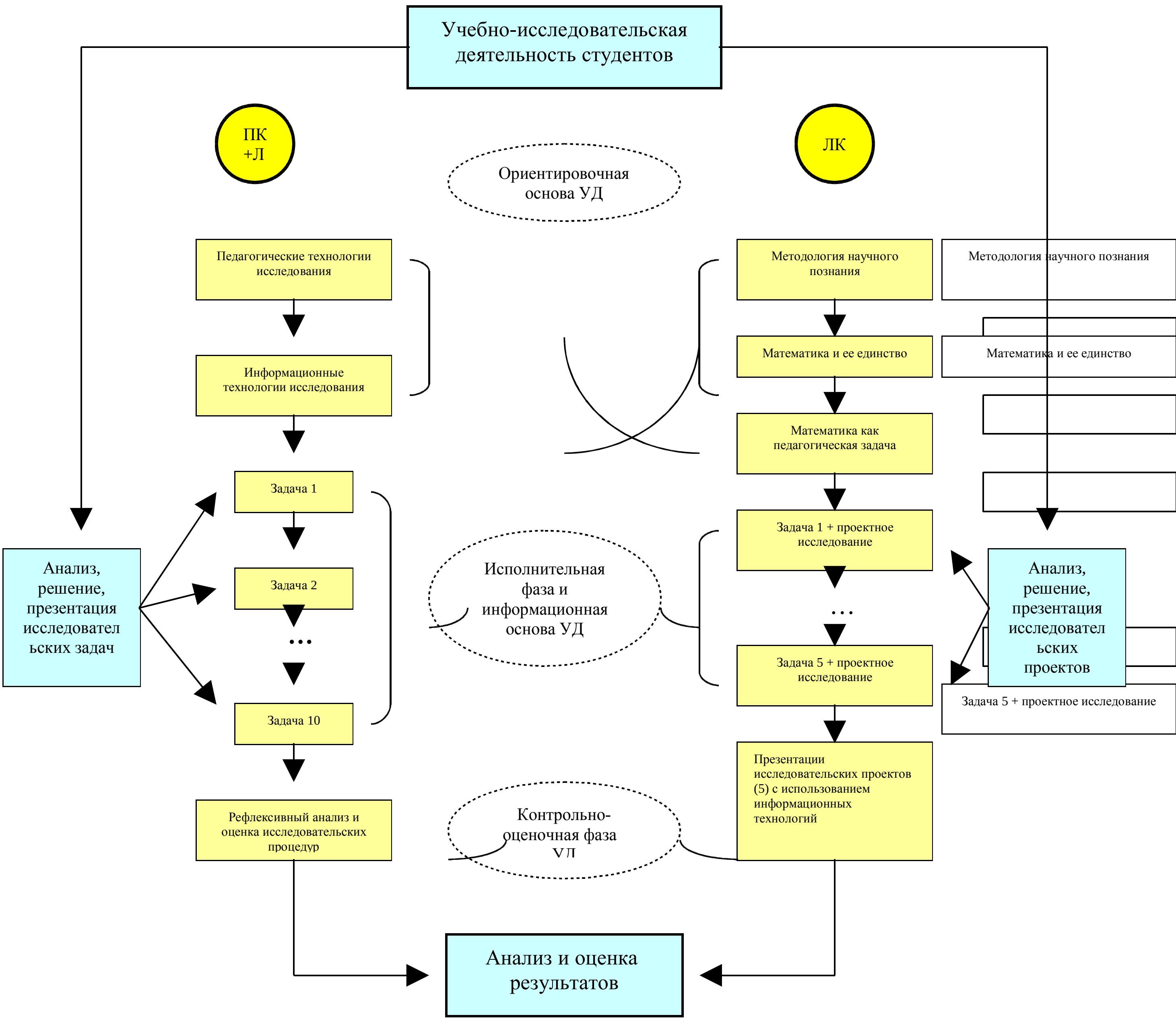
- ♦ разработать и реализовать методику исследования интеграционных связей в математическом объекте (МО) (раздел, тема, процедура, теорема, алгоритм, понятие) на основе разработанных критериев отбора:
    - наличие и возможность актуализации в МО 3-4 интегративных связей разного уровня между учебными предметами: алгебра, геометрия, математический анализ, стохастика, математическая логика;
    - возможность наглядного моделирования процедуры (алгоритма) актуализации существенных связей в МО;
    - содержательность и мотивационная составляющая истории и генезиса состояния существенных связей МО;
    - доступность и возможность воспроизведения будущим учителем рассматриваемых процедур (алгоритмов) и приемов формализации исследуемого МО;
    - возможность проектирования интеграционных связей и существа МО на содержание и методику обучения математике в средней школе;
    - наличие новых (по отношению к ГОС) математических знаний, методов, алгоритмов или процедур в содержании исследуемого МО;
- ♦ отобрать 5-7 МО, удовлетворяющих вышеперечисленным критериям, и создать дидактические условия их освоения студентами из расчета 3 лекционных часа на освоение одного МО;
- ♦ практическое исследование технологической процедуры анализа интеграционных связей МО (10 конкретных проблем) малыми группами студентов (2-3 человека) с текущей презентацией на практических занятиях по специальному графику и с использованием методики опережающего отражения для проведения расчетных работ и использования информационных технологий (графический калькулятор. компьютерные математические системы: Maple, Mathematica, MathCAD, MathLab, Derive;
- ♦ разработка проектов интегративных исследований МО (5 проектов) группами студентов по 10-12 человек с актуализацией приемов научной деятельности и общения, презентацией результатов и использованием POWER POINT на основе дифференциации исследовательской деятельности.

Структура учебной деятельности студентов. Учебно-исследовательская деятельность студентов по освоению учебной дисциплины «ЕМЗ» подразделяется на три вида деятельности:

♦ освоение методологии, методов, приемов и технологии исследовательского поведения в процессе поиска и актуализации интегративных связей в математике;

♦ работа в малой группе в разработке анализа, решения, моделирования и оценки исследовательских задач с использованием информационных технологий;

♦ проведение проектного исследования генезиса, содержания и модели интеграционных связей математического объекта с презентацией на основе технологии POWER POINT.



2. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид занятий	Всего часов
Общая трудоемкость (по ГОС ВПО)	164
Аудиторные занятия	82
Лекции	34
Практические занятия	24
Лабораторные работы	24
Самостоятельная работа	82
Другие виды работы	проект
Форма итогового контроля	зачет

3. РАСПИСАНИЕ УЧЕБНЫХ ЗАНЯТИЙ

Лекции (34 часа)		**Практические + лабораторные занятия (24+24=48час)**	
1	Математика и ее единство. (4 час.)	1	Методика выполнения исследовательского задания. Ресурсные материалы. (2 + 2 час).
2	Математика как педагогическая задача (4 час.)	2	Использование информационных технологий для решения математических задач (2 + 2 час)
3	Задача №1 (Проект № 1) (4 час.) **Задача о делении угла** (решение уравнений в радикалах: геометрия, алгебра, математический анализ).	3	Дидактическое поле учебных элементов (виды учебной деятельности, ЗУНМА, интегративные конструкты (спирали фундирования, структурный анализ учебных элементов (УЭ), ваимопереходы знаковых систем)) (2 + 2 час).
4	Задача №2 (Проект № 2) (4 час.) **Задача о брахистохроне** (вариационное исчисление: физика, дифференциальная геометрия, алгебра, математический анализ).	4	Структурно-логический анализ дидактического поля (базовые УЭ, графы согласования учебных разделов, факторы (оптимизация, целостность, адекватность). Примеры (2+2 час)
5	Задача №3 (Проект № 3) (4 час.) **Задача о мгновенном ударе** (обобщенные функции: физика, математический анализ, функциональный анализ).	5	Уровни интеграции УЭ (связи, взаимодействия , системы). Интеграция учебных предметов. Конкретизация интегративных связей (2+2 час)
6	Задача №4 (Проект № 4) (4 час.) **Элементы фрактальной геометрии** (комплексный анализ, размерность Хаусдорфа, топология, геометрия, алгебра).	6	Конкретизация особенностей теоретического и эмпирического обобщения . Касательная к кривой . Исторический генезис и практическая реализация метода нормалей Р.Декарта, метода Ферма (подкасательных), метода касательных Галилея-Роберваля (2+2 час).
7	Задача №5 (Проект № 5) (4 час.) **Матрицы и определители в анализе** (Якобиан, Гессиан, Вронскиан, Грамма-Шмидта, Вандермонда, критерий Сильвестра)	7	Виды знаково-символической деятельности (моделирование, схематизация, кодирование, замещение). Типология моделей (логические, реляционные, семантические, продукционные, фреймовые). Моделирование разделов математики и математических УЭ (2 + 2 час).
8	Презентация исследовательских проектов с использованием информационных технологий (2час)	8	Исследовательское задание № 1-2 . Анализ, оценка и презентация (2+2 час)
9	Презентация исследовательских проектов с использованием информационных технологий (2час)	9	Исследовательское задание № 3-4 . Анализ, оценка и презентация (2+2 час).
10	Презентация исследовательских проектов с	10	Исследовательское задание № 5-6 . Анализ,

	использованием информационных технологий (2час)		оценка и презентация (2+2 час).
		11	Исследовательское задание № 7-8 . Анализ, оценка и презентация (2+2 час).
		12	Исследовательское задание № 9-10. Анализ, оценка и презентация (2+2 час).
	ИТОГО: 34 часа		**ИТОГО: 48 часов.**

4.СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

- Теоретические и практические исследования интегративных задач математики (5).
- Исследовательские задачи (10) – для продуктивной деятельности малой группы студентов (2-3 человека с презентацией результатов)
- Исследовательские проекты – 5; (для совместной поисковой активности групп по 10-12 студентов с презентацией результатов)

Вид итогового контроля – зачет, презентации исследований, защита проектов.

3.1. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Лекции (3 часа на тему)	№ п/п	Практические занятия (2 часа на тему)	Лабораторные занятия (2 часа на тему)	Информационные технологии
1.	**Задача о делении угла** (решение уравнений в радикалах:геометрия, алгебра, математический анализ). **Проект №1** « Задача о делении угла в неевклидовой геометрии». <u>Литература:</u> *В.Ф. Каган. Основания геометрии. Ч.1, Гостехиздат, 1949.*	1.	Матричный метод решения систем линейных дифференциальных уравнений $\frac{dx}{dt} = A\vec{x}$, $A = (a_{ij}), \quad x = \begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ \vdots \\ x_n(t) \end{pmatrix}$ *Характеристическое уравнение, собственные числа и векторы, матричная запись решения, метод последовательных приближений. Фундаментальная система решений, определитель Вронского.* $\boxed{\text{Алгебра + Анализ}}$ <u>Пример</u> (2) <u>Литература:</u> *Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление.Т.2, М, 1970,- 576 с.* *Н.М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. Высшая школа, М. 1967,- 565 с.*	Исследование 2-х примеров с использованием информационных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор

2.	**Задача о брахистохроне** (вариационное исчисление:физика, дифференциальная геометрия, алгебра, математический анализ). **Проект №2** **«**Решение изопериметрической задачи». Литература:	2.	Траектории дифференциального уравнения в окрестности особой точки (устойчивость по Ляпунову) $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = cx + gy \\ \frac{dy}{dt} = ax + by \end{cases}$ *Характеристическое уравнение, фазовая плоскость, траектории, устойчивый и неустойчивый узел, седло, устойчивый и неустойчивый фокус, центр.* Анализ+Алгебра+Геометрия Пример: модель Лотка-Вольтерра хищник – жертва $\begin{cases} \dot{x} = kx - axy \\ \dot{y} = -ly + bxy \end{cases}$ Литература: *Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление.Т.2, М, 1970,- 576 с.* *Н.М. Матвеев. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.. Высшая школа, М. 1967, -565 с.* *В.И. Арнольд. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М., Наука. 1984, -271 с.*	Исследование 2-х примеров с использованием информационных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор
3.	**Задача о мгновенном ударе** (обобщенные функции: физика,математический анализ, функциональный анализ). **Проект №3** «Нахождение обобщенной производной функции Ван-дер-Вардена». Литература:	3.	Поверхностные интегралы и формула Стокса $\int_{\gamma} Fds = \iint_{\sigma} nrotFd\sigma$ *Вектор нормали, скалярное и векторное произведение, направляющие косинусы, ротор векторной функции* $rotF$ Анализ + Геометрия Пример. Литература: *Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление.Т.2, М, 1970, -576 с.* *Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интеграционного исчисления.Т.3, М., Наука, 1969, -656 с.* *В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. Т.2, М., МГУ, 1987, -310 с.*	Исследование 2-х примеров с использованием информационных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор
4.	**Элементы фрактальной геометрии** (комплексный анализ, размерность Хаусдорфа, топология, геометрия, алгебра). **Проект №4**	4.	Площадь кривой поверхности. Формула Гаусса-Остроградского. $\iiint_{(D)} divFdv = \iint_{(\sigma)} F \cdot nd\sigma$ *Цилиндр Шварца, вторая квадратичнкая форма поверхности, векторное поле, дивергенция векторного поля, поток векторного поля через поверхность.* Анализ + Геометрия	Исследование 2-х примеров с использованием информационных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор

	«Построение в Visual Basic фрактальных множеств и художественных композиций». <u>Литература:</u>		<u>Пример.</u> <u>Литература:</u> *Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление.Т.2, М, 1970,- 576 с.* *Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интеграционного исчисления.Т.3, М., Наука, 1969, -656 с.* *В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. Т.2, М., МГУ, 1987,- 310 с*		
		5.	Замена переменных в двойных и тройных интегралах $$\iiint\limits_{(D)} f dx dy dz = \iiint\limits_{(D^1)} f \lvert J \rvert d\xi d\eta d\zeta$$ *Преобразование плоских фигур и объемов. Криволинейные координаты. Матрица Якоби. Сферические, цилиндрические, эллиптические координаты.* Анализ + Алгебра <u>Пример.</u> <u>Литература:</u> *Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление.Т.2, М, 1970,- 576 с.* *Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интеграционного исчисления.Т.3, М., Наука, 1969, -656 с.* *В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ. Т.2, М., МГУ, 1987,- 310 с*	Исследование 2-х примеров с использованием информацион-ных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор
		6.	Матрицы и определители в математическом анализе $A = (a_{ij})$, Алгебраические свойства и теоремы из алгебры и геометрии , раскрывающие механизмы и сущность алгоритмов, процедур и теорем математического анализа <u>Литература:</u> *Г.М. Фихтенгольц. Курс дифференциального и интеграционного исчисления.Т.1-3, М., Наука, 1969, 2000, -656 с.* *В.А. Ильин, В.А. Садовничий, Б.Х. Сендов. Математический анализ.Т.1-2, М., МГУ, 1987,-310 с* *А.Н.Колмогоров, С.В.Фомин. Элементы теории функций и функционального анализа. М., Наука, 1982, -347 с* Анализ + Геометрия + Алгебра *Примеры(3)*	Исследование 2-х примеров с использованием информацион-ных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор

		7.	Дробно-линейные отображения комплексной плоскости $$L(z)=\frac{az+b}{cz+d}$$ *Конформность отображения, группа отображений, круговое свойство, параллельный перенос, поворот, инверсия,прямая, окружность, сложное (ангармоническое отношение 4 точек), симметрия относительно окружности. Модель Пуанкаре плоскости Лобачевского. Аксиоматика неевклидовых геометрий.* Анализ + Геометрия + Алгебра <u>Пример:</u> 1). построить рельеф $\lvert L(z) \rvert$ дробно-линейного отображения с использованием КМС; 2) найти дробно-линейное отображение по 3 точкам; 3) задачи дробно-линейного программирования. <u>Литература:</u> *А.И. Маркушевич, Л.А. Маркушевич. Введение в теорию аналитических функций. М., Просвещение, 1977.* *А.И. Маркушевич. Теория аналитических функций.Т. 1.* *Ю.В.Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабушин. Лекции по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1982, -488 с.*	Исследование 2-х примеров с использованием информацион-ных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор
		8.	Функция Жуковского $$\varpi=\frac{1}{2}(z+\frac{1}{z})$$ *Регулярность (z≠0, ∞), характер полюсов. Однолистность и образы окружностей и лучей (Эллипсы и гиперболы). Профили Жуковского т расчет подъемной силы крыла самолета.* Анализ + Геометрия <u>Примеры (2):</u> <u>Литература:</u> *А.И. Маркушевич, Л.А. Маркушевич. Введение в теорию аналитических функций. М., Просвещение, 1977.* *А.И. Маркушевич. Теория аналитических функций.Т. 1.* *Ю.В.Сидоров, М.В. Федорюк, М.И. Шабушин. Лекции по теории функций комплексного переменного. М., Наука, 1982, -488 с.*	Исследование 2-х примеров с использованием информацион-ных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор
		9.	Теорема Руше (основная теорема алгебры) $$\lvert f(z) \rvert_{\Gamma} > \lvert \varphi(z) \rvert_{\Gamma}$$ (г – граница области) *Основная теория теории вычетов. Логарифмический вычет. Подсчет числа нулей аналитической функции. Теорема Руше. Основная теорема высшей алгебры.*	Исследование 2-х примеров с использованием информацион-ных технологий	MathCAD Maple Mathlab Mathematica (КМС) Графический калькулятор

Анализ + Алгебра

			<u>Примеры </u>(2): нахождение и оценка корней многочлена. <u>Литература:</u> *А.И. Маркушевич, Л.А. Маркушевич. Введение в теорию аналитических функций. М., Просвещение, 1977.* *А.И. Маркушевич. Теория аналитических функций.Т. 1.* *А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов. Теория функций комплексного переменного. М., Наука, 1979, - 320 с.*		

5. СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ (ПРОЕКТНОЙ) ДЕЯТЕЛЬНОСТИ СТУДЕНТОВ (УИДС).

	Ориентировочная основа УИДС		Исследование проблемы, сущность и формализация решения	Объяснение опыта и освоение научного знания	
Содержание и функции	Управление и социальные отношения в малой группе: *- распределение ролей в малой группе;* *- организация информационного доступа и обмена;* *- эволюция ролевых позиций;* *- взаимные симпатии, антипатии;* *- социальная верификация нового знания.*	Генезис базовых идей, алгоритмов, понятий и теорем: *- определение исторических и логических этапов содержания;* *- сбор данных, анализ и отбор литературных источников;* *- проверка и построение классических решений, варьировании е данных;* *- решение вспомогательных и родственных задач (вычисление, измерение, построение).*	*- выдвижении е и проверка гипотез, антиципации, абстрагирование, обобщение, классификации;* *- прогноз и проектирование деятельности, актуализация знаниевой базы;* *- решение и анализ исследовательской задачи;* *- моделирование процедуры решения;* *- документальность и обоснование процедур решения.*	Апробации, отбор и структурирование, дозировка содержания презентации результатов.	Программирование, дизайн, отладка материалов презентации в редакторе Power Point.
Персоналии (исполнители) с указанием видов УИДС (8-12 человек)	Иванов И.И. *–лидер* Петров С.С. *– организация информационного обмена и доступа* Сидоров А.А. *– психологическая атмосфера в группе* (2-3 человека)	(2-3 человека)	(2-3 человека)	(2-3 человека)	(2-3 человека)
Результаты, анализ и рефлексия.	1. Социальные отношения: *- создание деловой атмосферы совместной деятельности;* *- мотивация и интерес в реализации ролевых функций;* *- продуктивность совместной деятельности;* *- дозирование интенсивности поисковой деятельности.* 2. Рефлексивный анализ совместной деятельности (3-5 с).	*- картотека литературных источников;* *- портфолио персоналий исторического анализа;* *- реферат о генезисе и состоянии проблемы (10-15 стр);* *- анализ состояния и возможностей решения проблемы, трудности в мышлении и исследовательской деятельности;* *- достаточность и глубина предметной*	*- схема этапов и методов решения исследовательской задачи;* *- граф согласования интегративных элементов учебных предметов;* *- модель процедуры решения (блок-схема) исследовательской задачи;* *- анализ затруднений и остановок в поисковой деятельности, критичность и оценка исследовательского поиска, рефлексия*	*- схема оптимизации этапов и методов решения исследовательско й задачи;* *- структура дозированных блоков информации для презентации результатов;* *- анализ доступности материала для презентации.*	*- педагогический программный продукт;* *- рефлексия презентации, анализ ответов на вопросы, перспективы использования в профессиональной деятельности.*

	3. Схема динамики и эволюции ролевых позиций.	*подготовки4 - анализ методологической подготовленности.*	*умения рассуждать, объяснять, выявлять сущность исследуемого знания.*		

6. МЕТОДИКА ПРОВЕДЕНИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ.

Придание личностного смысла проблеме проявления интегративных связей между МО учебных предметов, объективация и актуализация единства математического знания ставит задачу проектирования учебной деятельности студентов в направлении конкретно-деятельностной активности. При этом наиболее эффективной формой взаимодействия с учебным материалом и между студентами представляется учебно-познавательная активность студентов в малых группах на практических и лабораторных занятиях с использованием информационно-коммуникационных технологий.

Методика работы в малых группах (опережающее отражение). В процессе формирования приемов учебной деятельности в различных формах коммуникации (лекции, практические и лабораторные занятия, оценивание, компьютерный контроль, деловые игры, самостоятельная работа и т.д.) у группы студентов стихийно выделяются неформальные лидеры. Эти студенты обладают чуть большими по сравнению с окружающими способностями к восприятию нового учебного материала, чуть более обширными общеучебными навыками и коммуникативными качествами, чуть более высоким интеллектуальным потенциалом. Опыт преподавания показывает, что вокруг лидера формируется коллектив (малая группа в 3-4 человека, иногда – 2), который стихийно вырабатывает общие унифицированные приемы поведения, организует эффективный обмен идеями и образцами деятельности, оптимизирует вклад каждого члена в достижение учебных целей. Эта «фракционная» деятельность студентов постоянно входит в противоречие с традиционными методами контроля, организации творческой деятельности и самостоятельной работы.

Здесь предлагается методика эффективного использования потенциала малых групп для более качественного усвоения знаний, формирования творческой активности студентов, развития профессионально важных качеств личности будущего учителя математики.

Каждая малая группа студентов получает исследовательскую задачу с многофункциональной деятельностью в процессе ее решения (включая расчетные действия с использованием информационных технологий). По специальному графику студенты готовят презентации решений, осваивая при этом процедуру научного познания и этапы исследовательского подхода к решению. При этом должны быть выполнены следующие требования к анализу и реализации исследовательских процедур:

- проанализировать ситуацию и осознать проблему: выделить и структурировать учебные элементы в учебных предметах (алгебра, геометрия, математический анализ, стохастика), взаимодействующие в задачах;
- построить графы согласования учебных элементов в учебных предметах и со школьной математикой;
- определить и проанализировать уровень интеграции учебного содержания между учебными предметами (связи, взаимодействие, системы);
- определить и формализовать процедуру (алгоритм) решения задачи;
- проверить и исследовать решение, сравнить выявленную процедуру с классическим решением;
- дать оценку эффективности исследуемого метода решения; оформить результаты и подготовить презентацию решения.

Алгоритмические и расчетные работы проводятся на лабораторных занятиях с использованием информационных технологий, включая следующие этапы:

- постановка задачи;

- моделирование;
- алгоритм решения;
- программирование и блок-схема процедур;
- численное решение;
- анализ устойчивости процедур относительно параметров задачи.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ – всеобщая форма связи тел или явлений, осуществляющаяся в их взаимном изменении.

СВЯЗЬ – отношение, при котором наличие (отсутствие) или изменение одних объектов есть условие наличия (отсутствия) или изменения других объектов.

Философский словарь.

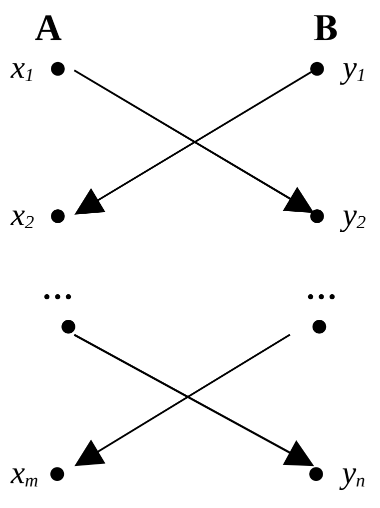
ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ – всеобщая форма связи предметов, явлений объективной действительности, являющихся отображением предметов, явлений и их связей и отношений в сознании человека.

СВЯЗЬ – присущее материи коренное качество, заключающееся в том, что все предметы, явления, объекты действительности находятся в бесконечно многообразной зависимости и в многообразных отношениях друг к другу.

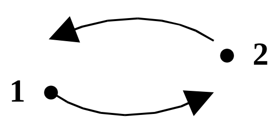
Логический словарь Н. Кондакова.

Таким образом, в нашем понимании связь – это формализация причинно-следственных, корреляционных, функциональных и др. отношений зависимости между двумя объектами или множествами. Такое понимание категории связи приводит к идее использования бинарных отношений в математике.

Пусть А, В два непустых множества. Тогда любое непустое подмножество $R \subset AxB$ есть бинарное отношение. Если $A = \{ x_1, x_2, \dots x_m \}$, $B = \{ y_1, y_2, \dots y_n \}$ – конечные множества, то R может быть визуализировано двудольным ориентированным графом, вершины которого отображают элементы из A и B, а дуга (x_i, y_i), *где* $x_i \in A$, $y_i \in B$, существует тогда и только тогда, когда $x_i R y_i$.



Ясно, что нестрого параллельные дуги, отображающие



Ориентацию связи в обоих направлениях, по существу, равноценны неориентированной связи и могут быть заменены ребром.

1 •——————• 2

Для математических объектов отношение R означает «использует», «следует», что соответствует подходу в определении понятия связи в теории информации: связи «часть-целое» и причинно-следственные связи. Например, теорема Лагранжа (Л) следует из теоремы Коши (К), т.е.

$$К \xrightarrow{\text{“следует”}} Л$$

или в формальном выражении

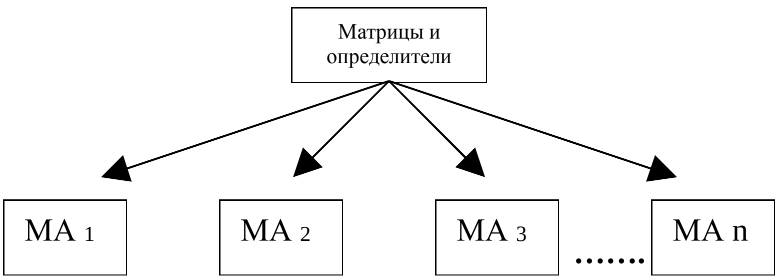
$$\left(\frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)} = \frac{f^1(c)}{g^1(c)} \right) \overset{g(x)=x}{\dashrightarrow} \left(\frac{f(b)-f(a)}{b-a} = f^1(c) \right)$$

то же время достаточное условие существования экстремума (D) функции z = *использует* критерий Сильвестра (C) о положительной (отрицательной) определенности квадратичной формы с матрицей коэффициентов – частных производных второго порядка со значениями в стационарной точке (x_0, y_{0}), т.е. (D) *использует*(C).

$$D \xleftarrow{\text{“использует”}} C$$

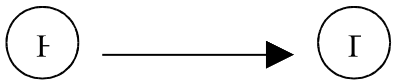
как часть целостной процедуры исследования функции f(x,y) на экстремум.

Так, например, тема «Матрицы и определители» из учебного предмета «Алгебра» используется в серии разделов 1,2, …, n учебного предмета «Математический анализ» (МА) :



При этом разделы МА (1, 2, …n) интегрируются содержательными элементами темы «Матрицы и определители»: определитель Вронского, матрица Гессе, матрица Якоби, определитель Вандермонда и т.п.

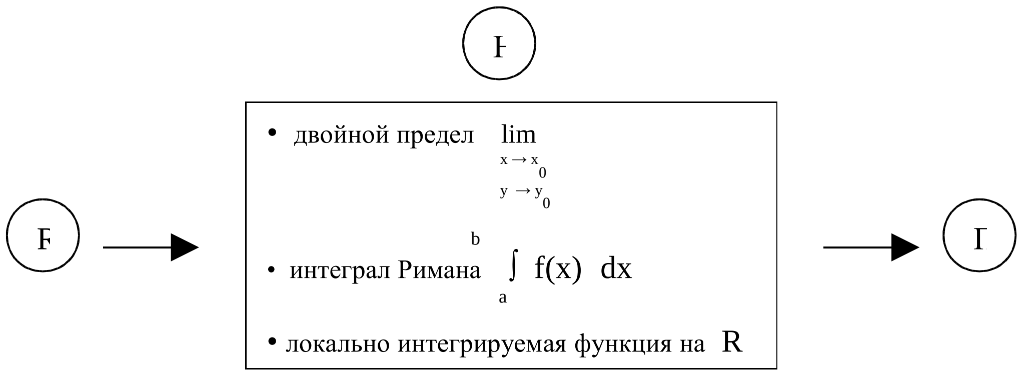
В то же время объем понятия (Н) несобственного интеграла I рода $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$ (раздел «Интегральное исчисление») содержит понятие (П) интеграла Пуассона $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-x^2}\,dx$ (учебный предмет «Теория вероятностей и математическая статистика»), что равносильно тому, что



Так что понятие несобственного интеграла *использует* понятие интеграла Римана

$$\int_a^b f(x)\,dx \quad (a, b \in R\ ;\ a<b),\ \text{т.к.}$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)\,dx = \lim_{\substack{a \to -\infty \\ b \to +\infty}} \int_a^b f(x)\,dx$$ и поэтому понятие интеграла Римана (R) входит в содержание понятия несобственного интеграла (Н) и тем самым (П) *использует* (R) , т.е.



Анализ интегративных связей учебных предметов

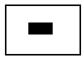
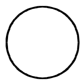
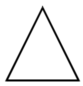
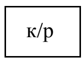
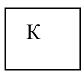
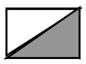
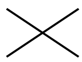
Учебный предмет (1) / (2) Учебный предмет	Используемые понятия, теоремы, разделы	Используемые методы, алгоритмы, процедуры	Образцы интегрированных задач	Лабораторные занятия с ПК или ГК
1 тема				
2 тема				
………….				

Дидактические критерии и условия исследовательского поведения учеников в ресурсном уроке

1. Совместное управление познавательной активностью учеников обоими учителями (математики и физики, физики и биологии и т.п.) последовательным распределением педагогических ролей и привлечением ресурсного материала:
   - обоснованность и равномерность включений в управление познавательной деятельностью учеников;
   - глубина особенностей привлечения ресурсного материала, необходимость личного включения в процесс управления учителя-предметника;
   - уровень интеграции ресурсного материала (связи, взаимодействия, системы).
2. Активизация и актуализация знаний и личного опыта учеников на основе интеграции естественно-научного и математического ресурса, участие в обзоре, оценивании и дискуссий в постановке образовательных задач. Имитация исследовательского поведения в решении нестандартных задач на этапе формирования ориентировочной основы учебной деятельности;
3. Поисковая и творческая активность учеников в малых группах (4-7 человек):
   - диалоги, дискуссии, критицизм в поведении и мышлении учеников;
   - эффективность математических методов и вычислительных процедур в поисковой активности школьников;
   - инсайт , рефлексия и внутренний план действий учеников;
   - распределение социальных ролей в малых группах;
   - индивидуализация познавательной активности учеников (планирование, прогнозирование, сбор данных и моделирование, регистрация результатов и валидизация решения.
4. Поисковая активность и многофункциональная познавательная деятельность каждого ученика в течение урока. Актуализация личностного смысла учебной деятельности в основных фазах ресурсного урока:
   - осознание проблемной ситуации и консолидация личного опыта и знаниевого ресурса в условиях совместного решения;
   - сбор данных и выдвижение гипотез, разнообразие вариантов решения и видов познавательной деятельности школьников, переструктуризация предметного поля и выбор адекватных приемов и методов исследования;
   - наглядное моделирование процессов и объектов в ходе решения проблемы (таблицы, графики, схемы, информационные технологии. экспериментальная деятельность);
   - анализ неудач и затруднений в поиске, оценка и презентация полученных результатов (в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий (ИКТ)).
5. Анализ и оценка, информационная открытость и обмен, презентация результатов:
   - использование ИКТ;
   - соответствие решения поставленной проблеме;
   - конструирование математических и естественно-научных моделей в презентации;
   - выраженность мотиваций достижения, самореализации и интеллектуального напряжения.

Система оценивания. Активное овладение методами и технологиями усвоения знаний (в том числе на творческом уровне) является профессиональной необходимостью для будущего учителя математики. Поэтому процесс обучения математике в вузе организуется таким образом, чтобы, в частности, студент, самостоятельно работая с учебным материалом, получил образцы (ООД) деятельности, способствующие как усвоению знания, так и формированию ориентировочной основы для будущей профессиональной деятельности.

Воспользуемся **балльно-рейтинговой** системой оценивания для составления графика учебного процесса.

№	Формы учебной работы	Код	Содержание контроля	Шкала оценивания
1.	Самостоятельная 15-минутная работа по теме N		3 задачи (3-я задача – срез остаточных знаний)	0-2 балла за каждую работу
2.	Компьютерный контроль в дисплейном классе		5 заданий с таймером: предел функции	0-6 баллов
3.	Домашняя контрольная работа		30 задач	0-10 баллов
4.	Творческая исследовательская работа		Реферат или подготовка доклада на научной конференции или статья	0-10 баллов
5.	Аудиторная контрольная работа		5 заданий на 2 академических часа	0-10 баллов
6.	Коллоквиум по заданной теме		Собеседование на оценку по заданной теме 1. системы счисления; 2. системы координат	0-6 баллов
7.	Лабораторный практикум		Просмотр видеофильмов с отчетом; 3 работы на микрокалькуляторе	0-6 баллов
8.	Зачетная неделя			

Студенты, качественно и в срок выполняющие домашние задания, освобождаются от текущей самостоятельной работы с максимальной оценкой.

Для получения оценки «зачтено» по итогам работы в семестре необходимо достичь суммы баллов не ниже 37 по всем формам учебной деятельности. Достигшие максимальной суммы баллов (более 50) получают особый статус экзаменационного оценивания. График учебного процесса представлен на следующей схеме.

График учебного процесса

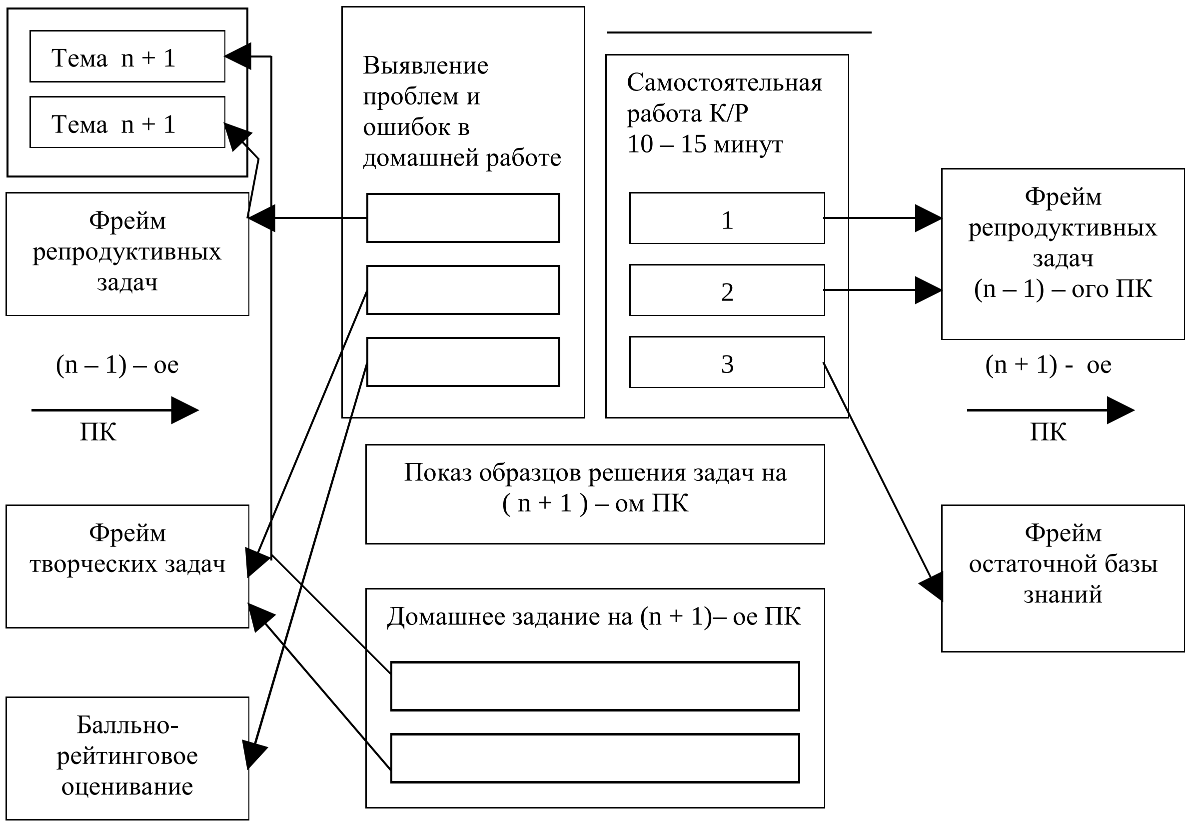
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ЛК	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ПК	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
к/р																		
К																		

*) устанавливаются еже и формам учебной деятельности

Фрейм
n – ого ПК

По прошествии н нятий на 1 курсе (процесс формирования коллект лых групп (по итогам наблюдения) по 2-4 ст му составу, и фиксирует ситуацию, объявляя с дальнейшую совместную деятельность.

1. График учебног ьности (самостоятельные контрольные раб я, домашние контрольные работы, контроль нятия и т.п.) планируются *a priori* с ди а 7 блоков с общей ответственность а методика не касается проведения тек асовых) и зачетно - экзаменационных ны на индивидуальную ответственность
2. Практическое за ме (ПК – практическое занятие):



Таким образом, если в традиционной методике проведения практического занятия большая часть учебного времени отводится на показ образцов решения задач по теме, то в нашей методике студент по объявленной теме и минимальным образцам решения большую часть времени проводит за самостоятельным решением достаточного количества задач, в том числе творческого характера. На занятие он приходит с проблемами, ошибками и нерешенными заданиями; преподаватель, выяснив ситуацию с домашней работой, разбирает решения наиболее типичных задач, акцентирует внимание на ошибках, показывает приемы творческого подхода к решению заданий.

Происходит «опережающее отражение» в формировании практических умений в решении математических задач: получив минимальные образцы деятельности, студент самостоятельно (или в малой группе) определяет методы решения. Сталкивается с проблемами содержательного, субъективного, временного характера.

Самостоятельные контрольные работы (10-15 минут) создают деятельный фон непрерывного хранения базовой информации и фиксируют состояние остаточной базы знаний предыдущего семестра. Балльно - рейтинговая система оценивания стимулирует ответственное отношение к учебной деятельности.

В формировании мотивационной сферы обучения математике немаловажную роль играет проявление познавательного интереса у студентов путем развертывания генезиса математических идей в историческом аспекте. Работа в малых группах дает возможность, в частности, оптимизировать число разрабатываемых исторических тем , равно как и их целостность раскрытия сущности математического факта. Например, семестровые рефераты, отражающие историю становления математических понятий в содержательном, прикладном, хронологическом аспектах, создают основы для обсуждения на коллоквиумах, научных конференциях, стимулируют развитие творческой активности студентов, умение работать с научной и художественной литературой.

Результативность обучения математике при условии диагностируемого целеполагания и определенной системы измерителей качества усвоения учебного материала выявляется организацией различных средств контроля и обратной связи (теоретический, прикладной, гуманитарный, творческий модули), каждые из которых имеет свою специфику и качественные отличия.

5. УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление. Т. 2, 2005.

2. И.М. Уваренков, М.З. Малер. Курс математического анализа. Т. 2, М., Просвещение, 1976.

3. Н.М. Матвеев. Дифференциальные уравнения. М., Наука, 1988.

4. Н.А. Давыдов. Сборник задач по математическому анализу. М., Наука, 1973.

Дополнительная литература:

1. М.А.Шубин. Математический анализ для решения физических задач.М., Физматлит., 2006

Вопросы к экзамену

Дифференциальные уравнения

1. Кривые 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола. Определение, способы задания, свойства (алгебраические, геометрические, дифференциальные, интегральные), иллюстрации.

2. Системы координат на плоскости: декартова, полярная, параметрические координаты. Связи между системами координат. 10 примеров различных кривых в системах координат.

3. Линейные системы двух уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера. Метод постановки и графический метод.

4. Бином Ньютона. Число сочетаний C_n^k. Формулы сокращенного умножения. Метод математической индукции.

5. Классификация элементарных функций. Примеры. Способы задания функций: $y = a^x$, $y = \log_a x$ $(a \neq 1,\ a > 0)$

6. Основное и специальные правила дифференцирования. Производная сложной

функции. Таблица производных.

7. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

8. Касательная к кривой. Уравнение касательной и нормали. Условие дифференцируемости функции и его геометрический смысл.

9. Экстремумы функции. Первое и второе достаточные условия. Исследование функции на экстремум (процедура).

10. Интегрирование по частям и заменой переменных. 10 примеров.

11. Интегрирование рациональной функции. Метод неопределенных коэффициентов.

12. Формула Ньютона – Лейбница. Геометрический смысл первообразной функции и определенного интеграла.

13. Поле направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2-го порядков.

14. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Интегральные кривые и решение .

15. Уравнения, приводящие к однородному. Подстановки интегрирования и алгоритм.

16. Однородные уравнения 1-го порядка. Метод замены переменной.

17. Уравнения с разделяющимися переменными. Частные случаи, алгоритм интегрирования.

18. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения.

19. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для линейного уравнения 2-го порядка.

20. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения.

21. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения неоднородного уравнения.

22. Линейные уравнения 2 – го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения однородного уравнения.

23. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной для линейного уравнения 1-го порядка.

24. Метод Бернулли для линейного уравнения 1-го порядка.