Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
ГОУ ВПО «Ярославский государственный педагогический университет
им. К.Д. Ушинского»

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор по учебной работе
_____________ В.П. Завойстый
«___» _______________ 2009 г.

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ПО ДИСЦИПЛИНЕ
« МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ»

(раздел «ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»)

Специальность: **МАТЕМАТИКА**

Утверждена на заседании кафедры
математического анализа
Протокол № 1 от 29 августа 2009 г.

Зав. кафедрой мат. анализа
____________проф. Е.И. Смирнов

Ярославль 2005

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА.

Изучение дифференциальных уравнений началось сразу после изобретения дифференциального и интегрального исчислений, естественным продолжением которых они являются. Ньютон в 1676 г. решил одно дифференциальное уравнение с помощью бесконечного ряда всего через одиннадцать лет после открытия им (1665) дифференциального исчисления в форме исчисления флюксий. Но эти результаты не были опубликованы до 1693 г., того самого года, когда в одной из работ Лейбница впервые встречается дифференциальное уравнение (сообщение Лейбница о дифференциальном исчислении было опубликовано в 1684 г.).

В следующие несколько лет развитие шло быстро. В 1694 – 1697 гг. Иоганн Бернулли открыл метод «разделения переменных» и показал, как привести однородное дифференциальное уравнение к виду, в котором переменные разделены. Он применил эти методы к задачам об ортогональных траекториях. Ему и его брату Якову (по имени которого названо «уравнение Бернулли») удалось привести большое число дифференциальных уравнений к тем формам, которые они умели решать. Интегрирующие множители были, вероятно, открыты Эйлером (1734) и (независимо от него) Фонтэном и Клеро, хотя иногда приписывают их Лейбницу. Особые решения, замеченные Лейбницем (1694) и Тейлором (1715), обычно связываются с именем Клеро (1734). Геометрическое истолкование их было дано Лагранжем (1774), но теория в ее современном виде была развита гораздо позже Кэли (1872) и Хиллом (1888).

Первые методы решения дифференциальных уравнений второго и высших порядков с постоянными коэффициентами принадлежали Эйлеру. Даламбер разобрал случай, когда характеристическое уравнение имеет равные корни. Некоторые из символических методов нахождения частных интегралов были даны лишь около ста лет спустя Лобатто (1837) и Булем (1859).

Первым дифференциальным уравнением в частных производных было уравнение, дающее форму колеблющейся струны. Это уравнение второго порядка рассматривали Эйлер и Даламбер (1747). Лагранж дополнил решение этого уравнения и в ряде мемуаров с 1772 по 1785 г. исследовал дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Он нашел общий интеграл линейного уравнения и дал классификацию различных видов возможных интегралов в случае, когда уравнение не линейно.

Эти теории, однако, остались в незаконченном состоянии; дополнения к ним были сделаны Кристалем (1892) и Хиллом (1917). Другие методы решения дифференциальных уравнений в частных производных были даны Шарпи (1784) и Якоби (1836). Наиболее важные исследования уравнений высших порядков были произведены Лапласом (1773), Монжем (1784), Ампером (1814) и Дарбу (1870).

Около 1800 г. теория дифференциальных уравнений в ее первоначальном виде, именно решение уравнений в форме, содержащей только конечное число известных функций (или их интегралов), была примерно в том же состоянии, что и в настоящее время. Вначале математики надеялись решить таким образом всякое дифференциальное уравнение, но их усилия оказались столь же бесплодными, как и попытки математиков предшествующих поколений решить общее алгебраическое уравнение пятой или более высокой степени. Теория получила дальнейшее развитие лишь, когда она была приведена в тесную связь с теорией функций. Коши (1823) доказал что бесконечный ряд, полученный из дифференциального уравнения, - сходящийся, и, следовательно, определяет функцию, удовлетворяющую уравнению. Вопросы сходимости (доказательства которой впервые дал Коши) заняли видное место во всех исследованиях этого второго периода развития теории дифференциальных уравнений. К сожалению, это делает теорию очень абстрактной и трудной для понимания учащегося. В первом периоде уравнения были не только проще сами по себе, но также изучались в тесной связи с механикой и физикой, задачи которых на деле часто служили исходной точкой исследования.

Исследования Коши продолжали Брио и Буке (1856, а Никаром (1890) был введен новый метод «последовательных приближений». Фукс (1866) и Фробениус (1873) изучали линейные уравнения второго и высшего порядков с переменными коэффициентами. Теория непрерывных групп Ли (с 1884 г.) вскрыла единство, лежащее в основе не связанных друг с другом методов. Шварц, Клейн и Гурса в своих работах пользовались геометрическими соображениями. В работе Вада (1917) дано графическое изображение результатов Пикара и Пуанкарэ. Рунге (1895) и другие занимались вопросом о численных приближенных решениях.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ДИСЦИПЛИНЫ

К дифференциальным уравнениям приводят многие задачи из механики, физики, астрономии и других естественных наук, а также многие проблемы техники.

Во всяком физическом рассмотрении вопрос о характере идеализации процесса играет весьма существенную роль, поэтому важно выяснить, какого именно характера идеализации приходится применять при рассмотрении, в частности, колебательных систем. Во-первых, эти идеализации связаны с числом величин, определяющих состояние системы (например, координат и скоростей), и, во-вторых, с выбором законов, связывающих эти состояния или скорости изменений состояний и устанавливающих зависимости между ними. В эти зависимости, которые в большинстве рассматриваемых случаев можно выразить в виде тех или иных дифференциальных уравнений, обычно входит некоторое число постоянных параметров, характеризующих систему. Например, для обычного электрического контура в простейшем случае величинами, определяющими состояние системы, служит заряд и ток, а постоянными параметрами – самоиндукция, емкость и сопротивление. Связь между величинами, характеризующими состояние системы, определяется некоторым дифференциальным уравнением, в которое постоянные параметры или их комбинации входят в качестве коэффициентов. При переходе к более сложным случаям мы получим новые дифференциальные уравнения, имеющие совсем иной вид, но очень часто оказывается возможным привести эти новые уравнения к такому же виду, какой имеют уравнения для системы с постоянными параметрами.

Курс дифференциальных уравнений (обыкновенных и в частных производных) аккумулирует в себе знания, умения, навыки, методы и процедуры, освоенные в дифференциальном и интегральном исчислении функций одной и нескольких переменных, сведения из линейной алгебры и теории многочленов, комплексного анализа и теории элементарных функций, геометрии кривых и теории рядов. Обыкновенное дифференциальное уравнение может быть получено часто из физических или геометрических соображений, либо формально исключением параметров из уравнения n-параметрического семейства функций, и n-равенств, полученных из него последовательным дифференцированием.

Основной задачей теории интегрирования дифференциальных уравнений является нахождение всех решений данного уравнения и изучение свойств этих решений.

Интерес как для самой теории дифференциальных уравнений, так и для ее многочисленных приложений представляет *задача нахождения или хотя бы доказательство существования решения, удовлетворяющего заданным условиям.*

Саму задачу *интегрирования* дифференциального уравнения можно понимать по-разному. В самой узкой постановке задачи ставится целью выражение искомых функций через *элементарные*. Эта задача не разрешима даже для самого простого уравнения $y' = f(x)$, ибо не всегда первообразная для элементарной функции представляет собой тоже элементарную функцию.

В качестве примера можно взять уравнение:

$$y' = \frac{\sin x}{x}$$

Несколько шире постановка задачи, при которой уравнение считается решенным, если оно приведено к *квадратурам* (т.е. операциям взятия неопределенных инрегралов).

Большое количество уравнений удается проинтегрировать в квадратурах. При этом под *интегрируемостью данного уравнения в квадратурах* надо понимать представление решения в виде квадратур от элементарных функций и функций, входящих в уравнение.

Однако следует отметить, что уравнения, интегрируемые в квадратурах, составляют лишь незначительную часть всех дифференциальных уравнений. Так, например, очень важное во многих вопросах *уравнение Бесселя*

$$x^2 y'' + x y' + (x^2 - n^2) y = o$$

в общем случае не интегрируется в квадратурах.

Задача общей теории дифференциальных уравнений состоит в изучении свойств функций, определяемых дифференциальными уравнениями непосредственно по виду любого заданного дифференциального уравнения, независимо от интегрируемости последнего в элементарных функциях или квадратурах.

Обыкновенные дифференциальные уравнения являются фундаментом для многих других разделов высшей математики, например, для уравнений с частными производными, уравнений математической физики, вариационного исчисления, а также базой для глубокого изучения механики, физики и других естественных наук.

Цели: в процессе освоения курса дифференциальных уравнений студент должен *знать:*

• содержание понятия дифференциального уравнения (обыкновенного и в частных производных); типы решений (общее, частное, особое); постановки задач (Коши, краевая задача, устойчивость решения); геометрические характеристики (поле направлений, изоклины, огибающая семейства кривых, ортогональные и изогональные траектории, пространство решений);

• основные виды дифференциальных уравнений (с разделяющимися переменными, однородные, Бернулли, в полных дифференциалах, линейное, уравнения Лагранжа и Клеро, методы понижения порядка дифференциальных уравнений);

• основные методы нахождения общего решения дифференциального уравнения (разделение переменных, вариации произвольных постоянных, подстановки, интегрирование в квадратурах, метод характеристического уравнения, введение вспомогательной функции, метод интегрирующего множителя, графический метод);

• задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения из физики, техники, астрономии, биологии, химии и других наук (движение тела при сопротивлении среды, уравнения цепной линии, задачи о второй космической скорости, задачи о распаде радия и др.). Анализировать и исследовать колебательные процессы в физике и технике.

уметь:

• построить математическую модель (дифференциальное уравнение) естественно-научного процесса или явления;

• определять вид дифференциального уравнения и метод его решения;

• практически находить общее, частное и особое решение дифференциального уравнения, решать краевые задачи, строить огибающие семейства кривых, выявлять структуру общего решения;

• интерпретировать полученные решения дифференциальных уравнений геометрическими, физическими и другими явлениями и процессами;

- находить приближенное решение дифференциальных уравнений с использованием средств компьютерной алгебры и графического калькулятора

Ресурсный материал к каждому разделу программы отрабатывается на практических занятиях, предшествующих текущему, циклами актуализации домашних заданий по решению практических примеров: по методу опережающего отражения. В данной методике применяется следующий прием: базовые понятия ресурсного материала из геометрии и алгебры, по возможности, обобщаются до разумной глубины: рассмотрение рядовых понятий и явлений из алгебры, дифференциальной геометрии, проектной геометрии, естественно-научных дисциплин, линейные системы – до рассмотрения “n” переменных; характеристические уравнения – до рассмотрения уравнений “n” степени; изогональные и ортогональные траектории – до рассмотрения… и т.п.

Ряд теоретических обобщений ресурсного материала рассматривается на лекциях (матричный метод, характеристические числа, поведение интегральных кривых в окрестностях особой точки, гармоничные колебания).

2. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Вид занятий	Всего часов
Общая трудоемкость (по ГОС ВПО)	144
Аудиторные занятия	72
Лекции	36
Практические занятия	36
Лабораторные работы	4
Самостоятельная работа	68
Другие виды работы	-
Форма итогового контроля	экзамен

3. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Самостоятельные работы – 3 по 15 минут;
контрольные работы – 2;
коллоквиум – 2;
вид итогового контроля – экзамен

3.1. Содержание разделов дисциплины

№	Содержание учебных дисциплин	Лек	ПЗ	ЛЗ	Ресурсный материал
1.	Обыкновенные дифференциальные уравнения: порядок, общий вид. Общее и частные решения. Начальные и граничные условия. Постановка задачи Коши. Теоремы Пеано и Пикара. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (2). Интегральные кривые. Поля направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2 порядков.	6	4		**1**. Кривые второго порядка; n – параметрическая система кривых; неявные задания кривых на плоскости; параметрические и полярные задания кривых на плоскости; огибающая семейства интегральных кривых. Физические и геометрические задачи.
2.	Уравнения с разделяющимися переменными (частные случаи, алгоритм интегрирования). Однородные уравнения (и приводящиеся к ним). Метод замены переменной. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид	6	6		**2**. Линейные системы двух (и “n”) уравнений с двумя (и “n”) неизвестными.

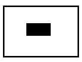
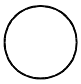
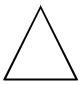
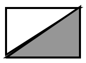
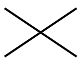
	решения однородного и неоднородного уравнения. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной. Геометрическое свойство интегральных кривых. Уравнение Бернулли. Метод подстановки и метод замены переменной.				Геометрия семейств интегральных кривых (гомотетичные кривые, пучки касательных и секущих к интегральным кривым, изогональные и ортогональные кривые однопараметрического семейства.
3.	Уравнения в полных дифференциалах. Необходимое и достаточное условие (теорема). Общее решение. Единственность решения задачи Коши. Интегрирующий множитель (общая теория и частные случаи). Множитель для однородных и линейных уравнений.	4	4		**3**. Линейно независимые семейства функций (векторов в векторном пространстве); базисная система функций (фундаментальная система решений); определитель Вронского (вронскиан) семейства дифференцируемых функций; критерий линейной независимости семейства решений линейного уравнения n-го порядка.
4.	Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши и теорема Пикара. Уравнения, допускающие понижение порядка.	4	4		
5.	Линейные уравнения n-го порядка. Единственность решения задачи Коши. Линейный дифференциальный оператор и его свойства. Линейная зависимость и независимость решений. Определитель Вронского. Критерий и контрпример. Формула Остроградского – Лиувилля.	2	2		
6.	Фундаментальная система решений. Теорема существования. Общее решение для однородного линейного уравнения n-го порядка. Построение фундаментальной системы для уравнения 2-го порядка.	2	2		**4**. Характеристическое уравнений n-ой степени для линейного уравнения n-ого порядка с постоянными коэффициентами; методы нахождения корней характеристического уравнения; гармонический колебания (период, частота, амплитуда, начальная фаза); свободные и вынужденные колебания, резонанс.
7.	Общее решение неоднородного линейного уравнения n-го порядка. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных. Структура решения для различных видов правой части уравнения.	4	6		
8.	Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения.	2	2	4	**5**. Матричный метод решения линейных систем; производная, интеграл, экспоненциальная функция от матрицы; характеристические числа, фундаментальная система решений; поведение интегральных кривых уравнения с дробно-линейной однородной правой частью в окрестности особой точки (узел, седло, фокус, центр).
9.	Общее решение для различных видов правой части неоднородного линейного уравнения 2-го порядка. Свободные и вынужденные колебания. Резонанс.	4	4		
10.	Нормальные системы дифференциальных уравнений 1-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Общее решение системы для различных случаев корней характеристического уравнения.	2	2		

4. ЛАБОРАТОРНЫЙ ПРАКТИКУМ

№	№ раздела учебного предмета	Наименование лабораторной работы
1.	2	Нахождение значений определенного интеграла методом трапеций (графический калькулятор) (2 часа)
2.	1	Численное решение дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$ методом Рунге-Кутта (графический калькулятор) (2часа)

Система оценивания. Активное овладение методами и технологиями усвоения знаний (в том числе на творческом уровне) является профессиональной необходимостью для будущего учителя математики. Поэтому процесс обучения математике в вузе организуется таким образом, чтобы, в частности, студент, самостоятельно работая с учебным материалом, получил образцы (ООД) деятельности, способствующие как усвоению знания, так и формированию ориентировочной основы для будущей профессиональной деятельности.

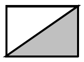
Воспользуемся **баллально-рейтинговой** системой оценивания для составления графика учебного процесса.

№	Формы учебной работы	Код	Содержание контроля	Шкала оценивания
1.	Самостоятельная 15-минутная работа по теме N		3 задачи (3-я задача – срез остаточных знаний)	0-2 балла за каждую работу
2.	Компьютерный контроль в дисплейном классе		5 заданий с таймером: предел функции	0-6 баллов
3.	Домашняя контрольная работа		30 задач	0-10 баллов
4.	Творческая исследовательская работа		Реферат или подготовка доклада на научной конференции или статья	0-10 баллов
5.	Аудиторная контрольная работа	к/р	5 заданий на 2 академических часа	0-10 баллов
6.	Коллоквиум по заданной теме	К	Собеседование на оценку по заданной теме 1. системы счисления; 2. системы координат	0-6 баллов
7.	Лабораторный практикум		Просмотр видеофильмов с отчетом; 3 работы на микрокалькуляторе	0-6 баллов
8.	Зачетная неделя			

Студенты, качественно и в срок выполняющие домашние задания, освобождаются от текущей самостоятельной работы с максимальной оценкой.

Для получения оценки «зачтено» по итогам работы в семестре необходимо достичь суммы баллов не ниже 37 по всем формам учебной деятельности. Достигшие максимальной суммы баллов (более 50) получают особый статус экзаменационного оценивания. График учебного процесса представлен на следующей схеме.

График учебного процесса

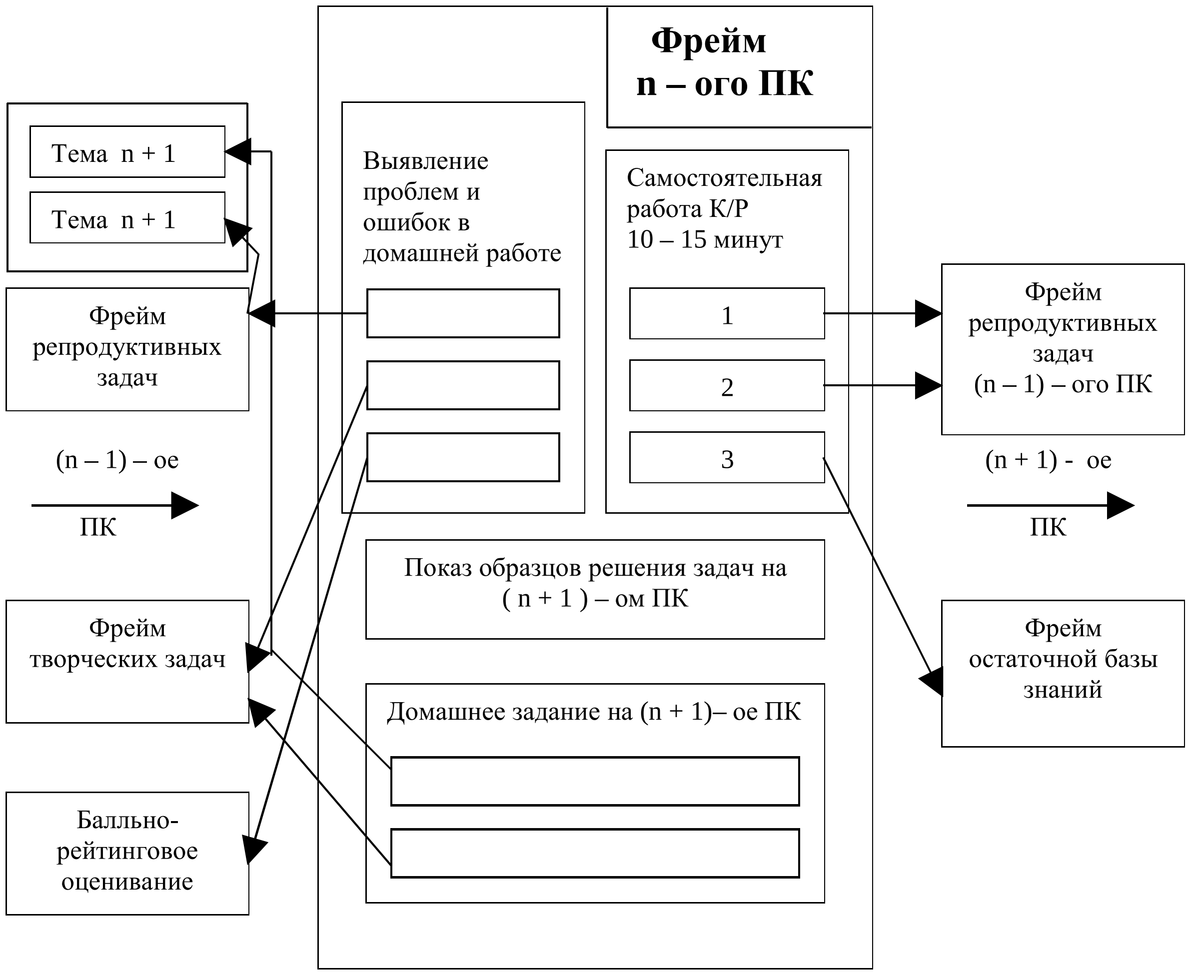
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ЛК	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
ПК	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
																		
																		
○																		
△																		
к/р																		
К																		
																		
✕																		

*) устанавливаются еженедельные консультации по всем видам и формам учебной деятельности

Методика работы в малых группах (опережающее отражение). В процессе формирования приемов учебной деятельности в различных формах коммуникации (лекции, практические и лабораторные занятия, оценивание, компьютерный контроль, деловые игры, самостоятельная работа и т.д.) у групп студентов стихийно выделяются неформальные лидеры. Эти студенты обладают чуть большими по сравнению с окружающими способностями к восприятию нового учебного материала, чуть более обширными общеучебными навыками и коммуникативными качествами, чуть более высоким интеллектуальным потенциалом. Опыт преподавания показывает, что вокруг лидера формируется коллектив (малая группа в 3-4 человека, иногда 2 студента), который стихийно вырабатывает общие унифицированные приемы поведения, организует эффективный обмен идеями и образцами деятельности, оптимизирует вклад каждого члена в достижение учебных целей. Эта «фракционная» деятельность студентов постоянно входит в противоречие с традиционными методами контроля, организации творческой деятельности и самостоятельной работы.

Здесь предлагается методика эффективного использования потенциала малых групп для более качественного усвоения знаний, формирования творческой активности студентов, развивая профессионально важных качеств личности будущего учителя математики:

1. По прошествии небольшого числа (6-8) практических занятий на 1 курсе (процесс формирования коллектива) преподаватель определяет 6-7 малых групп (по итогам наблюдения) по 2-4 студента, достаточно подвижных по своему составу, и фиксирует ситуацию, объявляя состав малых групп и установку на дальнейшую совместную деятельность.
2. График учебного процесса и виды учебной деятельности (самостоятельные контрольные работы на 10-15 минут, творческие задания, домашние контрольные работы, контроль в дисплейном классе, лабораторные занятия и т.п.) планируются *a priori* с дифференциацией и вариативностью на 7 блоков с общей ответственностью и результатом в малой группе. Эта методика не касается проведения текущих контрольных работ (2-х часовых) и зачетно - экзаменационных мероприятий, которые ориентированы на индивидуальную ответственность студента.
3. Практическое занятие проводится по следующей схеме (ПК – практическое занятие):



Таким образом, если в традиционной методике проведения практического занятия большая часть учебного времени отводится на показ образцов решения задач по теме, то в нашей методике студент по объявленной теме и минимальным образцам решения большую часть времени проводит за самостоятельным решением достаточного количества задач, в том числе творческого характера. На занятие он приходит с проблемами, ошибками и нерешенными заданиями; преподаватель, выяснив ситуацию с домашней работой, разбирает решения наиболее типичных задач, акцентирует внимание на ошибках, показывает приемы творческого подхода к решению заданий.

Происходит «опережающее отражение» в формировании практических умений в решении математических задач: получив минимальные образцы деятельности, студент самостоятельно (или в малой группе) определяет методы решения. Сталкивается с проблемами содержательного, субъективного, временного характера.

Самостоятельные контрольные работы (10-15 минут) создают деятельный фон непрерывного хранения базовой информации и фиксируют состояние остаточной базы знаний предыдущего семестра. Балльно - рейтинговая система оценивания стимулирует ответственное отношение к учебной деятельности.

В формировании мотивационной сферы обучения математике немаловажную роль играет проявление познавательного интереса у студентов путем развертывания генезиса математических идей в историческом аспекте. Работа в малых группах дает возможность, в частности, оптимизировать число разрабатываемых исторических тем , равно как и их целостность раскрытия сущности математического факта. Например, семестровые рефераты, отражающие историю становления математических понятий в содержательном, прикладном, хронологическом аспектах, создают основы для обсуждения на коллоквиумах, научных конференциях, стимулируют развитие творческой активности студентов, умение работать с научной и художественной литературой.

Результативность обучения математике при условии диагностируемого целеполагания и определенной системы измерителей качества усвоения учебного материала выявляется организацией различных средств контроля и обратной связи (теоретический, прикладной, гуманитарный, творческий модули), каждые из которых имеет свою специфику и качественные отличия.

5. УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература:

1. Н.С. Пискунов. Дифференциальное и интегральное исчисление. М., Высшая школа. Т. 2, 2005.

2. И.М. Уваренков, М.З. Малер. Курс математического анализа. Т. 2, М., Просвещение, 1976.

3. Н.М. Матвеев. Дифференциальные уравнения. М., Наука, 1988.

4. Н.А. Давыдов. Сборник задач по математическому анализу. М., Наука, 1973.

Дополнительная литература:

1. А.И.Егоров . Обыкновенные дифференциальные уравнения с приложениями. М., Физматлит. 2006.

Вопросы к экзамену

Дифференциальные уравнения

1. Кривые 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола. Определение, способы задания, свойства (алгебраические, геометрические, дифференциальные, интегральные), иллюстрации.

2. Системы координат на плоскости: декартова, полярная, параметрические координаты. Связи между системами координат. 10 примеров различных кривых в системах координат.

3. Линейные системы двух уравнений с двумя неизвестными. Правило Крамера. Метод постановки и графический метод.

4. Бином Ньютона. Число сочетаний C_n^k. Формулы сокращенного умножения. Метод математической индукции.

5. Классификация элементарных функций. Примеры. Способы задания функций: $y = a^x$, $y = \log_a x$ $(a\neq 1, a> 0)$

6. Основное и специальные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Таблица производных.

7. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.

8. Касательная к кривой. Уравнение касательной и нормали. Условие дифференцируемости функции и его геометрический смысл.

9. Экстремумы функции. Первое и второе достаточные условия. Исследование функции на экстремум (процедура).

10. Интегрирование по частям и заменой переменных. 10 примеров.

11. Интегрирование рациональной функции. Метод неопределенных коэффициентов.

12. Формула Ньютона – Лейбница. Геометрический смысл первообразной функции и определенного интеграла.

13. Поле направлений и изоклины. Геометрическая интерпретация задачи Коши для уравнений 1 и 2-го порядков.

14. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям. Интегральные кривые и решение .

15. Уравнения, приводящие к однородному. Подстановки интегрирования и алгоритм.

16. Однородные уравнения 1-го порядка. Метод замены переменной.

17. Уравнения с разделяющимися переменными. Частные случаи, алгоритм интегрирования.

18. Линейные уравнения 1-го порядка. Общий вид решения однородного и неоднородного уравнения.

19. Метод Лагранжа вариации произвольных постоянных для линейного уравнения 2-го порядка.

20. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Три формулы общего решения однородного уравнения.

21. Линейные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения неоднородного уравнения.

22. Линейные уравнения 2 – го порядка с постоянными коэффициентами. Структура общего решения однородного уравнения.

23. Метод Лагранжа вариации произвольной постоянной для линейного уравнения 1-го порядка.

24. Метод Бернулли для линейного уравнения 1-го порядка.