Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный педагогический университет им. К.Д. Ушинского

УТВЕРЖДАЮ

Первый проректор по учебной работе
_____________ В.А. Власов
«___» _______________ 2005 г.

УЧЕБНАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«Уравнения математической физики»

Специальность **« ИНФОРМАТИКА»**

Утверждена на заседании кафедры
математического анализа
Протокол № __ от __________ 2005

Зав. кафедрой мат. анализа
____________проф. Е.И. Смирнов

Ярославль 2005

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Теория дифференциальных уравнений является одним из самых больших разделов современной математики. Чтобы охарактеризовать ее место в современной математической науке, прежде всего необходимо подчеркнуть основные особенности теории дифференциальных уравнений, состоящей из двух обширных областей математики: теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории уравнений с частными производными.

Первая особенность - это непосредственная связь теории дифференциальных уравнений с приложениями. Характеризуя математику как метод проникновения в тайны природы, можно сказать, что основным путем применения этого метода является формирование и изучение математических моделей реального мира. Изучая какие-либо физические явления, исследователь прежде всего создает его математическую идеализацию или, другими словами, математическую модель, то есть, пренебрегая второстепенными характеристиками явления, он записывает основные законы, управляющие этим явлением, в математической форме. Очень часто эти законы можно выразить в виде дифференциальных уравнений. Такими оказываются модели различных явлений механики сплошной среды, химических реакций, электрических и магнитных явлений и др.

Исследуя полученные дифференциальные уравнения вместе с дополнительными условиями, которые, как правило, задаются в виде начальных и граничных условий, математик получает сведения о происходящем явлении, иногда может узнать его прошлое и будущее. Изучение математической модели математическими методами позволяет не только получить качественные характеристики физических явлений и рассчитать с заданной степенью точности ход реального процесса, но и дает возможность проникнуть в суть физических явлений, а иногда предсказать и новые физические эффекты. Бывает, что сама природа физического явления подсказывает и подходы, и методы математического исследования. Критерием правильности выбора математической модели является практика, сопоставление данных математического исследования с экспериментальными данными.

Для составления математической модели в виде дифференциальных уравнений нужно, как правило, знать только локальные связи и не нужна информация обо всем физическом явлении в целом. Математическая модель дает возможность изучать явление в целом, предсказать его развитие, делать количественные оценки изменений, происходящих в нем с течением времени. Напомним, что на основе анализа дифференциальных уравнений так были открыты электромагнитные волны, и только после экспериментального подтверждения Герцем фактического существования электромагнитных колебаний стало возможным рассматривать уравнения Максвелла как математическую модель реального физического явления.

Теория уравнений с частными производными возникла на основе конкретных физических задач, приводящих к исследованию отдельных уравнений с частными производными, которые получили название основных уравнений математической физики. Изучение математических моделей конкретных физических задач привело к созданию в середине XVIII века новой ветви анализа - уравнений математической физики, которую можно рассматривать как науку о математических моделях физических явлений.

Основы этой науки были заложены трудами Д'Аламбера (1717 - 1783), Эйлера (1707 - 1783), Бернулли (1700 - 1782), Лагранжа (1736 - 1813), Лапласа (1749 - 1827), Пуассона (1781 - 1840), Фурье (1768 - 1830) и других ученых. Интересно то, что многие из них были не только математиками, но и астрономами, механиками, физиками. Разработанные ими при исследовании конкретных задач математической физики идеи и методы оказались применимыми к изучению широких классов дифференциальных уравнений, что и послужило в конце XIX века основой для развития общей теории дифференциальных уравнений.

К изучению уравнения Лапласа приводят самые разнообразные физические задачи совершенно разной природы. Это уравнение встречается в задачах электростатики, теории потенциала, гидродинамики, теории теплопередачи и многих других разделах физики, а также в теории функций комплексного переменного и в различных областях математического анализа. Уравнение Лапласа является простейшим представителем широкого класса так называемых эллиптических уравнений.

Так же как и уравнение Лапласа, важное место в теории уравнений с частными производными и ее приложениях занимает уравнение теплопроводности. Это уравнение встречается в теории теплопередачи, в теории диффузии и многих других разделах физики, а также играет важную роль в теории вероятностей. Оно является наиболее простым представителем класса так называемых параболических уравнений. Некоторые свойства решений уравнения теплопроводности напоминают свойства решений уравнения Лапласа, что находится в согласии с их физическим смыслом, так как уравнение Лапласа описывает, в частности, стационарное распределение температуры. Уравнение теплопроводности было выведено и впервые исследовано в 1822 году в знаменитой работе Ж. Фурье "Аналитическая теория тепла", которая сыграла важную роль в развитии методов математической физики и теории тригонометрических рядов.

Волновое уравнение описывает различные волновые процессы, в частности распространение звуковых волн. Оно играет важную роль в акустике. Это представитель класса так называемых гиперболических уравнений.

Изучение основных уравнений математической физики дало возможность провести классификацию уравнений и систем с частными производными. И.Г. Петровским в 30-е годы были выделены и впервые изучены классы эллиптических, параболических и гиперболических систем, которые теперь носят его имя. В настоящее время это наиболее хорошо изученные классы уравнений.

Важно отметить, что для проверки правильности математической модели очень важны теоремы существования решений соответствующих дифференциальных уравнений, так как математическая модель не всегда адекватна конкретному явлению и из существования решения реальной задачи (физической, химической, биологической) не следует существование решения соответствующей математической задачи.

Вычислительный эксперимент стал также мощным средством теоретических исследований в физике. Он проводится над математической моделью физического явления, но при этом по одним параметрам модели вычисляются другие параметры и делаются выводы о свойствах изучаемого физического явления. Цель вычислительного эксперимента - построение с необходимой точностью с помощью ЭВМ за возможно меньшее машинное время адекватного количественного описания изучаемого физического явления. В основе такого эксперимента очень часто лежит численное решение системы уравнений с частными производными. Отсюда происходит связь теории дифференциальных уравнений с вычислительной математикой и, в частности, с такими ее важными разделами, как метод конечных разностей, метод конечных элементов и другие.

Именно естествознание является для теории дифференциальных уравнений замечательным источником новых проблем, оно в значительной мере определяет направление их исследований, дает правильную ориентацию этим исследованиям. Более того, дифференциальные уравнения не могут плодотворно развиваться в отрыве от физических задач. И не только потому, что природа богаче человеческой фантазии. Развитая в последние годы теория о неразрешимости некоторых классов уравнений с частными производными показывает, что даже очень простые по форме линейные уравнения с частными производными с бесконечно дифференцируемыми коэффициентами могут не иметь ни одного решения не только в обычном смысле, но также и в классах обобщенных функций, и в классах гиперфункций, и, следовательно, для них не может быть построена содержательная теория (теория обобщенных функций, обобщающая основное понятие математического анализа - понятие функции, была создана в середине нашего века трудами С.Л. Соболева и Л. Шварца).

Изучение уравнений с частными производными в общем случае - столь сложная задача, что если кто-нибудь наугад напишет какое-нибудь даже линейное дифференциальное уравнение с частными производными, то с большой вероятностью ни один математик не сможет о нем сказать что-либо и, в частности, выяснить, имеет ли это уравнение хотя бы одно решение.

Задачи физики и других естественных наук снабжают теорию дифференциальных уравнений проблемами, из которых вырастают богатые содержанием теории. Однако бывает и так, что математическое исследование, рожденное в рамках самой математики, через значительное время после его проведения находит приложение в конкретных физических проблемах в результате их более глубокого изучения. Таким примером может служить задача Трикоми для уравнений смешанного типа, которая спустя более четверти века после ее решения нашла важные применения в задачах современной газовой динамики при изучении сверхзвуковых течений газа.

Второй особенностью теории дифференциальных уравнений является ее связь с другими разделами математики, такими, как функциональный анализ, алгебра и теория вероятностей. Теория дифференциальных уравнений и особенно теория уравнений с частными производными широко используют основные понятия, идеи и методы этих областей математики и, более того, влияют на их проблематику и характер исследований. Некоторые большие и важные разделы математики были вызваны к жизни задачами теории дифференциальных уравнений. Классическим примером такого взаимодействия с другими областями математики являются исследования колебаний струны, проводившиеся в середине XVIII века

1. Цели и задачи дисциплины

2.

Целью дисциплины " Математическая физика" является изучение свойств дифференциальных уравнений в частных производных, которые описывают физические процессы. Значительное внимание уделяется построению дифференцильных математических моделей физических явлений. В результате изучения курса студент должен освоить основные методы решения краевых задач для основных уравнений математической физики, уметь применять эти методы для решения прикладных задач.

Изучение дисциплины "Математическаф физика" основывается на знаниях, полученных при изучении таких курсов, как "Алгебра и геометрия", "Математический анализ", "Функциональный анализ", "Дифференциальные уравнения".

Студенты должны овладеть основными понятиями и принципами функционального анализа, образующего фундаменты современной математической физики; знать свойства решений интегральных уравнений; уметь провести физическую и математическую классификацию уравнений математической физики; иметь четкое представление о постановке краевых задач, включая понятие о корректности их постановки; изучить способы решения краевых задач математической физики, в особенности метод разделения переменных; овладеть основными понятиями вариационного исчисления. Студенты должны уметь: определять свойства линейных операторов и решать для них задачу на собственные значения, решать интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода, приводить уравнения математической физики к каноническому виду, решать краевые задачи методом Даламбера и методом разделения переменных, решать вариационные задачи для функционалов простейшего вида. Для изучения дисциплины "Методы математической физики" необходимо усвоить дисциплины: "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения", "Аналитическая геометрия" и "Высшая алгебра".

Курс "Уравнения математической физики" посвящен изучению математических моделей естественно-научных явлений, которые приводят к задачам для дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Целью курса является знакомство с методами построения математических моделей различных процессов и явлений естествознания, изучение основных методов исследования возникающих при этом математических задач, выяснение физического смысла полученных решений.

Курс занимает важное место среди прикладных математических дисциплин. В процессе работы над курсом студенты должны на основе рассмотренных примеров освоить процедуру построения математических моделей физических процессов и явлений, изучить методы исследований возникающих при этом математических задач, научиться делать физические выводы из полученных математических результатов.

Цели и задачи: развитие у студентов математических знаний, приобретенных в школе; достижение высокого уровня знаний, приобретенных в школе; достижение высокого уровня математической подготовки студентов; овладение студентами методами решения уравнений в частных производных и их приложений к конкретным физическим задачам, имеющим широкий спектр применения; осознание студентами глубокой взаимосвязи изучаемых вопросов со школьным курсом математики.

3. Требования к уровню освоения содержания дисциплины

Знания, умения, навыки: знание основных фактов решения уравнений в частных производных, теории чисел и числовых систем; владение приемами и методами доказательства, используемыми в данном курсе, умения решать задачи теоретического и вычислительного характера, навыки решения базовых задач.

4. Объем дисциплины и виды учебной работы

Вид занятий	Всего часов	Семестр
		IV
Общая трудоемкость (по ГОС ВПО)	116	116
Аудиторные занятия	58	58
Лекции	38	38
Практические занятия	20	20
Самостоятельная работа	58	58
Курсовые работы		
Форма итогового контроля	Зачёт	Зачёт

5. Содержание дисциплины

5.1. Содержание дисциплины и виды занятий

№ п/п	Раздел дисциплины	Лекции	ПЗ
1	**Уравнения колебаний**	10	8
2	**Уравнения теплопроводности.**	10	8
3	**Уравнение Лапласа**	8	4

4.2. Содержание разделов дисциплины

№ п/п	Содержание дисциплины	Лекции	ПЗ
	Уравнения колебаний	10	8

1. Уравнение колебаний струны. Вывод уравнения. Постановка начальных и краевых условий.
2. Колебание бесконечной струны. Метод Даламбера.
3. Колебание струны, закреплённой на концах. Метод Фурье. Стоячие волны.
4. Вынужденные колебания струны.
5. Продольные колебания стержня.

№ п/п	Содержание дисциплины	Лек-ции	ПЗ
	Уравнения теплопроводности.	10	8

1. Уравнение теплопроводности. Вывод уравнения теплопроводности. Начальные и краевые условия.
2. Теплопроводность в бесконечном стержне. Метод Фурье для бесконечного стержня. Преобразование решения уравнения теплопроводности. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его физический смысл.
3. Теплопроводность в конечном стержне. Приведение к задаче с однородными краевыми условиями. Метод Фурье.
4. Теплопроводность в бесконечном стержне. Распространение тепла при теплоизоляции или постоянстве температуры конца стержня.

№ п/п	Содержание дисциплины	Лек-ции	ПЗ
	Уравнение Лапласа.	8	4

1. Краевые задачи для уравнения Лапласа. Метод функций Грина. Постановка краевых задач. Метод функций Грина для задачи Дирихле.
2. Решение задачи Дирихле для круга.
3. Метод Фурье для уравнения Лапласа.

6. Лабораторный практикум

Применение системы Mathcad для решения задач математической физики.

6. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

6.1. Рекомендуемая литература.

а) Основная литература:

1. Олейник О.А. Лекции об уравнениях с частными производными. М., Физматлит. 2006.
2. Годунов С. К. Уравнения математической физики. – М., Наука, 1971
3. Тихонов А.Н., Самарский А.А., Уравнения математической физики.- М., Наука, 1966.
4. Смирнов М., М., Задачи по уравнениям математической физики.- М., Наука, 1968.

б). Дополнительная литература:

1. Владимиров В.С. Сборник задач по уравнениям математической физики. М., Физматлит, 2003.

2. Араманович И.Г. Левин В.Я. Уравнения математической физики, - М., Наука, 1966.

6.2. Средства обеспечения освоения дисциплины

Использование системы MathCad для решения уравнений математической физики.

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины

Компьютерный класс на основе ПК IBM PC.

8. Методические рекомендации по организации изучения дисциплины

Изучение дисциплины предполагается дополнить самостоятельной работой студентов, организованной в форме выполнения домашних контрольных работ и курсового проектирования по темам, не вошедшим в программу.

Перечень примерных контрольных вопросов и заданий для самостоятельной работы

1. Уравнение колебаний струны. Вывод уравнения.
2. Постановка начальных и краевых условий для уравнения колебаний струны.
3. Колебание бесконечной струны. Метод Даламбера.
4. Колебание струны, закреплённой на концах.
5. Метод Фурье для решения уравнения колебаний струны закреплённой на концах.
6. Стоячие волны при колебании струны, закреплённой на концах.
7. Вынужденные колебания струны.
8. Продольные колебания стержня.
9. Уравнение теплопроводности. Вывод уравнения теплопроводности.
10. Начальные и краевые условия для уравнения теплопроводности.
11. Теплопроводность в бесконечном стержне.
12. Метод Фурье для бесконечного стержня.
13. Преобразование решения уравнения теплопроводности.
14. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его физический смысл.
15. Теплопроводность в конечном стержне.
16. Приведение уравнения теплопроводности в конечном стержне к задаче с однородными краевыми условиями.
17. Метод Фурье для уравнения теплопроводности в конечном стержне.
18. Теплопроводность в бесконечном стержне.
19. Распространение тепла при теплоизоляции или постоянстве температуры конца бесконечного стержня.
20. Краевые задачи для уравнения Лапласа.
21. Метод функций Грина для уравнения Лапласа.
22. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
23. Решение задачи Дирихле для круга. Метод Фурье для уравнения Лапласа в круге.

Перечень контролирующих заданий

[4], с.7, №№1-11, [4], с.7, №№12-20; [4], с.123-24, №№72-76; [4], с.31, №№114-115; [4], с.38, №№152-167.

Примерная тематика курсовых работ

1. Распространение волн в идеальном газе.
2. Малые продольные колебания цилиндрического стержня.
3. Свободные продольные колебания цилиндрического стержня со свободными концами.

4. Крутильные колебания однородного цилиндрического стержня. Продольные колебания стержня при внезапном прекращении действия растягивающей силы.
5. Свободные колебания закреплённой струны в среде с сопротивлением, пропорциональном первой степени корня.
6. Вынужденные поперечные колебания под действием гармонической силы.
7. Продольные колебания однородного цилиндрического стержня под действием силы, направленной вдоль оси.
8. Малые колебания тяжёлой однородной нити вращающейся вокруг оси.
9. Собственные колебания однородной круглой мембраны, закреплённой по краям.
10. Свободные радиальные колебания круглой мембраны, закреплённой по центру.
11. Малые радиальные колебания однородного газа, заключённого в трубке.
12. Распределение тепла в однородном шаре с источником расположенном в центре.
13. Остывание однородного стержня с теплоизолированной поверхностью.
14. Распределение температуры в неограниченной пластине.
15. Распространение тепла в однородном кольце с малым поперечным сечением.
16. Радиальное распространение тепла в бесконечном круговом цилиндре.
17. Распределение температуры в неограниченной цилиндрической трубке.
18. Распределение температуры в полуограниченном стержне с теплоизоляцией боковой поверхности.
19. Распределение потенциала электростатического поля внутри прямоугольника.
20. Стационарное распределение температуры в проводнике поперечного сечения.
21. Распределение потенциала электростатического поля внутри полого цилиндра.
22. Распределение температуры внутри цилиндра с нулевой температурой на боковой поверхности.

Примерный перечень вопросов к зачету

23. Уравнение колебаний струны. Вывод уравнения.
24. Постановка начальных и краевых условий для уравнения колебаний струны.
25. Колебание бесконечной струны. Метод Даламбера.
26. Колебание струны, закреплённой на концах.
27. Метод Фурье для решения уравнения колебаний струны закреплённой на концах.
28. Стоячие волны при колебании струны, закреплённой на концах.
29. Вынужденные колебания струны.
30. Продольные колебания стержня.
31. Уравнение теплопроводности. Вывод уравнения теплопроводности.
32. Начальные и краевые условия для уравнения теплопроводности.
33. Теплопроводность в бесконечном стержне.
34. Метод Фурье для бесконечного стержня.
35. Преобразование решения уравнения теплопроводности.
36. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности и его физический смысл.
37. Теплопроводность в конечном стержне.
38. Приведение уравнения теплопроводности в конечном стержне к задаче с однородными краевыми условиями.
39. Метод Фурье для уравнения теплопроводности в конечном стержне.
40. Теплопроводность в бесконечном стержне.
41. Распространение тепла при теплоизоляции или постоянстве температуры конца бесконечного стержня.
42. Краевые задачи для уравнения Лапласа.
43. Метод функций Грина для уравнения Лапласа.
44. Постановка краевых задач для уравнения Лапласа.
23. Решение задачи Дирихле для круга. Метод Фурье для уравнения Лапласа в круге.

1. Вывод уравнений и постановка основных краевых задач математической физики. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Приведение к каноническому виду. Характеристические поверхности.

2. Формула Даламбера решения задачи Коши для уравнения малых колебаний струны. Область зависимости решения от начальных данных. Корректность постановки задачи Коши для одномерного волнового уравнения. Пример Адамара некорректной задачи Коши. Смешанная задача для полубесконечной струны. Условия согласования начальных и граничных данных.

3. Смешанная задача на отрезке для гиперболического уравнения. Единственность решения, интеграл энергии. Метод Фурье и его обоснование. Условия согласования. Существование классического решения.

4. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.

5. Смешанная задача на отрезке для параболического уравнения. Единственность решения. Построение решения методом Фурье. Условия согласования. Существование классического решения.

6. Задача на собственные значения для оператора «дельта». Формулы Грина. Эрмитовость и положительность оператора «дельта». Неотрицательность спектра задачи, ортогональность собственных функций.

7. Пространства основных и обобщенных функций (D, D'). Лемма дю Буа-Реймонда. Дифференцирование. Простой и двойной слои. Прямое произведение и свертка обобщенных функций.

8. Пространства S и S'. Преобразование Фурье обобщенных функций, его свойства. Преобразование Фурье простого слоя.

9. Обобщенные решения. Фундаментальные решения дифференциальных операторов. Основные фундаментальные решения. Метод спуска.

10. Задача Коши для волнового уравнения в $\mathbf{R}^2$ и $\mathbf{R}^3$. Обобщенная задача Коши. Запаздывающие потенциалы. Формулы Кирхгофа и Пуассона, существование классического решения. Принцип Гюйгенса в $\mathbf{R}^3$. Единственность и непрерывная зависимость решения от правой части и начальных данных.

11. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Обобщенная задача Коши. Тепловые потенциалы. Формула Пуассона, существование классического решения. Единственность решения задачи Коши в классе ограниченных функций, непрерывная зависимость от правой части и начальной функции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – 5-е изд. – М.: Наука, 1988.

2. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: Физ.-мат. лит. 2000.
3. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – 2-е изд. – М.: Наука, 1983.
4. Соболев С.Л. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1992.
5. Тихонов А.И.. Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1977. – 735 с.
6. Уроев В.М. Уравнения математической физики. – М.: ИФ Яуза, 1998.
7. Масленникова В.Н. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Изд-во РУДН, 1997.
8. Шубин М.А. Лекции об уравнениях математической физики. – М.: МЦНМО, 2001.

Билет № 2

1) Какой вид имеют вторая и третья краевые задачи для уравнения теплопроводности?

Как формулируется задача Коши для уравнения теплопроводности? Запишите, в каком виде ищут решение задачи методом Фурье.

Определить типы уравнения с частными производными:

а) $5u_{xx}+2u_{xy}-u_{yy}=0$,

б) $2u_{xx}+3u_{xy}+4u_{yy}=0$,

в) $u_{xx}+2u_{xy}+u_{yy}=0$.

Решить краевую задачу $y''-4y=e^{2x}$, $y(0)=y'(2)=0$.

Зав. кафедрой

Экзаменационный билет по предмету

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 3

2) Какой вид имеют уравнение Лапласа и уравнение Пуассона? Сформулируйте задачи, приводящие к этим уравнениям.

Запишите интегральную формулу Пуассона для круга и для полуплоскости.

Являются ли функции ц(x)=cos3x и ш(x)=sin2x на отрезке

.

Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+лy=0, y(0)=y'(2)=0.

Зав. кафедрой

Экзаменационный билет по предмету
УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 4

3) Какая система функций называется ортогональной в интервале? Приведите примеры.

Как решается задача Коши для уравнения теплопроводности с помощью преобразования Фурье?
Проверить, являются ли функции u_1=sinxsiny и $u_2=x^2+y^2-3xy$ решениями уравнения $u_{xx}-u_{yy}=0$.
Решить задачу Штурма-Лиувилля y''+лy=0, y'(0)=y(2)=0.

Зав. кафедрой

Экзаменационный билет по предмету
УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Билет № 5

4) Какие условия называются граничными? Приведите примеры граничных условий для волнового уравнения.

Что называется интегралом Фурье? Запишите интеграл Фурье для четных и нечетных функций.
Определить типы уравнения с частными производными:
а) $2u_{xx}$-$3u_{xy}=0$,
б) $u_{xx}-4u_{xy}+5u_{yy}=0$,
в) $4u_{xx}+8u_{xy}+4u_{yy}=0$.
Проверить, являются ли функции y_1=sin3px и y_2=cos

собственными функциями задачи Штурма-Лиувилля y''+лy=0, y(0)=y'

=0. Найти соответствующие собственные значения, если они существуют.

1-2 недели.

Краткая характеристика предмета. Прикладные задачи вида Au=f. Связь их с физическим экспериментом.
Простейшие типичные задачи в рамках линейных и нелинейных моделей: уравнения малых поперечных колебаний струны и мембраны (на упр.), малых продольных колебаний стержня (упр.), уравнения гидродинамики и акустики (упр.), уравнения для напряженностей электрического и магнитного полей в вакууме, уравнения теплопроводности и диффузии.
Классификация линейных дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка с двумя и многими независимыми переменными. Приведение уравнений к каноническому виду в случае двух независимых переменных.

3 неделя.

Простейшие типы краевых условий. Их физический смысл. Постановка краевых задач и задачи Коши. Понятие корректно поставленных и некорректно поставленных задач. Примеры некорректно поставленных задач.

4-5 недели.
Метод Фурье (метод разделения переменных) решения краевых задач для уравнения гиперболического и параболического типов.
Сущность метода Фурье. Понятие собственных значений и собственных функций и их основные свойства. Примеры. Стоячие волны.
Решение неоднородных краевых задач методом Фурье. Единственность решения краевых задач.

6-7 недели.
Понятие обобщенных функций, дельта-функция Дикака и ее основные свойства. Применение дельта-функции при решении краевых задач с сосредоточенными факторами.

8-9 недели.
Метод функций Грина решения краевых задач и задачи Коши для уравнений параболического типа.
Сущность метода функций Грина. Понятие функций Грина задачи Коши для уравнения теплопроводности. Ее физический смысл. Построение задачи Коши с помощью функций Грина.
Построение функций Грина для простейшего уравнения теплопроводности в одномерном и многомерном случаях. Устойчивость решения задачи Коши к малым изменениям исходных данных.
Теорема о наибольшем и наименьшем значениях решения уравнения теплопроводности. Ее физическая сущность. Корректность задачи Коши.

10-11 недели.
Метод функций Грина решения краевых задач для уравнений эллиптического типа.
Формула Грина (1-ая и 2-ая).
Гармонические функции и их основные (простейшие) свойства.
Понятие функций Грина и их простейшие свойства. Решение краевых задач с помощью функций Грина. Построение функций Грина для простейших областей. Единственность решения краевых задач.

12-13 недели.
Метод характеристик для гиперболических систем линейных и квазилинейных уравнений.
Понятие характеристических направлений и характеристик для одного уравнения и систем уравнений. Приведение системы к характеристической форме. Классификация систем. Бегущие волны.
Решение задачи Коши для волнового уравнения в одномерном, двумерном и трехмерном случае. Связь с принципом Гюйгенса. Устойчивость решения относительно начальных данных. Понятие обобщенного решения.
Возможность образования разрывов в решениях нелинейных уравнений и систем. Понятие о численном решении задач методом характеристик.

14-16 недели.
Сведение краевых задач к решению интегральных уравнений. Потенциалы (объемного, простого и двойного слоя). Их основные свойства. Решение краевых задач для уравнений Лапласа с помощью потенциалов. Понятие запаздывающих потенциалов.

Литература

Основная

1. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1974, 1984.

2. Самарский А.А., Тихонов А.Н., Уравнения Математической физики. М.: Наука, 1972.

3. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по уравнениям математической физики. М.: Наука, 1972.

Дополнительная

4. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. М.: Физматгиз, 1961

5. Смирнов В.И. Курс высшей математики, Том II. М. Физматгиз, 1965.

6. Лебедев Н.Н., Скальская Н.П., Уфлянд Я.И. Сборник задач по математической физике. ГТИ, 1955.

7. Арсенин В.Я. Математическая физика. М.: Наука, 1966.

8. Бицадзе А.В. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1976.